

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Centre Universitaire Abdelhafid Boussouf - Mila

Institut des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Mécanique et d'Electromécanique



N° Ref :.....

Projet de fin d'étude préparé en vue de l'obtention du diplôme de

MASTER

En Génie Mécanique

Spécialité : ÉNERGÉTIQUE

**Etude numérique de la convection naturelle dans
une cavité poreuse**

Réalisé par :

ZERROUKI Ali

FENKOUH Abde-rahmane

Soutenu devant le jury :

M. DEBBAH Djoubeir

M.A.A

Président

M. BOUCHOUCHA Abd El Malik

M.C.B

Examineur

M. BERRAHIL Farid

M.C.A

Encadreur

Année universitaire : 2021/2022

Dédicace

Je dédie ce travail :

A ma mère et mon père qui m'a soutenu tout au long de mes études.

A tous mes frères : Toufik, Aboubaker et Omar

A tous mes sœurs : Djazia, Sara et Rahma.

A toute ma famille et mes amis (es).

Abde Rahmane

A tous mes enseignants depuis le primaire.

A tous ceux qui me sont chers.

A tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à réaliser ce modeste travail.

Je dédie ce travail :

Ali

A Ma mère et Mon père qui a œuvré pour ma réussite,

A Mes frères : Saïd que Allah lui accorde un prompt rétablissement, et hamza et Khaled qui n'ont cessé d'être pour moi des exemples de persévérance, de courage et de générosité.

A Mes professeurs qui doivent voir dans ce travail la fierté d'un savoir bien acquis.

A Tous ceux qui me sont chers Et tous qui vont lire ce mémoire.

A Tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à réaliser ce modeste.

Remerciement

Nous remercions tout d'abord Allah qui nous a donné la force et la patience d'accomplir ce travail.

Nous remercions notre encadreur Dr. Berrahil Farid pour ses encouragements, et sa présence totale et ses suggestions avisées qui nous ont conduits à terminer ce travail.

Mes remerciements vont également à messieurs Debbah Djoubair et Bouchoucha Abd El Malik pour nous avoir fait l'honneur d'examiner ce travail et de participer au jury de soutenance.

Nous remercions nos amis, nos collègues de l'institut des sciences et technologie ainsi que l'ensemble des enseignants et responsables.

Enfin nous remercions nos parents pour nous avoir appris à toujours aller au bout de nos rêves, ainsi que nos frères et sœurs.

Résumé

Ce travail présente une étude numérique de la convection naturelle laminaire dans une cavité carrée remplie d'un nanofluide (Al_2O_3/eau) saturant un milieu poreux en utilisant le modèle Darcy-Brinkman - Forchhaimer

Les équations qui régissent notre problème sont obtenues en appliquant les lois de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie.

La méthode du volume finis a été utilisée pour résoudre numériquement notre système d'équations. Les effets des paramètres de contrôle de l'écoulement tels que le nombre de Rayleigh, le nombre de Darcy, la porosité et de la fraction volumique des nanoparticules sont examinés. Un code de calcul a été développé en langage FORTRAN pour simuler l'écoulement bidimensionnel avec le transfert de chaleur.

Les résultats numériques montrent que l'augmentation du nombre de Rayleigh et le nombre de Darcy entraîne une intensification de l'écoulement et une amélioration du transfert de chaleur. Lorsque la fraction volumique augmente, l'amélioration du transfert de chaleur aura lieu au régime de conduction, mais la détérioration se manifeste au régime de convection. La porosité n'a pas une influence importante sur la structure de l'écoulement et le champ thermique.

Mots clés :

Convection naturelle ; Milieu poreux ; Porosité ; Perméabilité ; Nanofluide.

ملخص

يقدم هذا العمل دراسة عددية للحمل الحراري الطبيعي في تجويف مربع مملوء بسائل نانوي (ماء/ Al_2O_3) مشبع بوسط مسامي باستخدام نموذج Darcy - Brinkman - Forchheimer.

يتم الحصول على المعادلات التي تحكم مشكلتنا من خلال تطبيق قوانين الحفاظ على الكتلة وكمية الحركة والطاقة.

تم استخدام طريقة الحجوم المنتهية لحل نظام المعادلات عددياً. تم فحص تأثيرات معاملات التحكم في التدفق مثل رقم رايلي ورقم دارسي والمسامية والجزء الحجمي للجسيمات النانوية. تم تطوير كود كمبيوتر بلغة FORTRAN لمحاكاة التدفق ثنائي الأبعاد مع نقل الحرارة.

تظهر النتائج العددية أن الزيادة في عدد رايلي وعدد دارسي تؤدي إلى تكثيف التدفق وتحسين في نقل الحرارة. عندما يزداد جزء الحجم، سيتم تعزيز نقل الحرارة في نظام التوصيل، لكن التدهور يتجلى في نظام الحمل الحراري. ليس للمسامية تأثير كبير على بنية التدفق والمجال الحراري.

الكلمات المفتاحية :

الحمل الحراري الطبيعي ؛ مسامية المتوسطة؛ المسامية؛ نفاذية؛ نانوفلويدي.

Abstract

This work presents a numerical study of natural laminar convection in a square cavity filled with a nanofluid (Al_2O_3 /water) saturating a porous medium using the Darcy-Brinkman - Forchheimer model

The equations governing our problem are obtained by applying the conservation laws of mass, momentum, and energy.

The finite volume method has been used to solve numerically our system of equations. The effects of flow control parameters such as Rayleigh number, Darcy number, porosity, and nanoparticle volume fraction are examined. The FORTRAN language developed a computational code to simulate the two-dimensional flow with heat transfer.

Numerical results show that increasing the Rayleigh and Darcy numbers leads to an intensification of the flow and an improvement of the heat transfer. As the volume fraction increases, heat transfer will improve in the conduction regime, but deterioration occurs in the convection regime. Porosity does not significantly influence the flow structure and thermal field.

Keywords:

Natural convection; Porous medium; Porosity; Permeability; Nanofluid.

Table des matières

NOMENCLATURE	VIII
TABLE DES FIGURES.....	XI
LISTE DES TABLEAUX	XIII
INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE I	3
RECHERCHES BIBLIOGRAPHIQUES :	3
I.1 Introduction :	3
I.2 Ecoulements et transferts en milieu poreux :.....	3
I.2.1 Milieu poreux :.....	3
I.2.2 Principes du transfert de chaleur dans les milieux poreux :.....	3
I.3 Convection naturelle :.....	4
I.4 Objectif du travail :.....	10
CHAPITRE II.....	11
MODELISATION MATHEMATIQUE	11
II.1 Introduction :	11
II.2 Hypothèses de recherche :.....	11
II.3 Equations de base :	12
II.4 Géométrie du problème :.....	13
II.5 Formulation mathématique :	13
II.5.1 Equation sous forme dimensionnelle :.....	13
II.5.2. Equations sous forme adimensionnelle :	14
II.5.3 Condition initiales et aux limites adimensionnelles :	17
II.5.4 Taux de transfert de chaleur :	17
CHAPITRE III	19
MODELISATION NUMERIQUE.....	19
III.1 Introduction :	19
III.2 Forme générale de l'équation de transport :	19
III.3 Maillage :	21
III.4. Discrétisation des équations mathématiques :	22
III.4.1. Discrétisation de l'équation générale de transport :	22

III.4.2. Equation de continuité :.....	25
III.4.3. Equation de quantité du mouvement suivant x :	25
III.4.4. Equation de quantité du mouvement suivant y :	27
III.4.5 Équation d'énergie :	29
III.5. Méthode de résolution :	31
III.5.1. Equation de pression :	31
III.5.2. Technique de balayage et l'algorithme de Thomas :.....	35
III.5.3 Algorithme de calcul SIMPLER :	38
III.5.4 Critère de convergence :	39
CHAPITRE IV	40
RESULTATS ET DISCUSSION	40
IV.1 Effet du maillage :	40
IV.2 Validation du code :	40
IV.3 Résultats et discussion :	43
IV.3.1 Effet du nombre de Rayleigh :	43
IV.3.2 Effet du nombre de Darcy :	45
IV.3.3 Effet de la porosité	48
IV.3.4 Effet de la fraction volumique :	49
CONCLUSION GENERALE	52
RÉFÉRENCES	53

Nomenclature

Lettre latins

A	Le rapport d'aspect
$A(P)$	Fonction d'un schéma numérique en fonction du nombre de Péclet
A_P, A_E, A_W, A_N, A_S	Coefficients de l'équation algébrique de transport discrétisée
C_f	Coefficient de Forchhaimer
C_p	Chaleur spécifique à pression constante, [$J.Kg^{-1}.K^{-1}$]
F_e, F_w, F_n, F_s	Flux convectifs aux interfaces e, w, n, s des équations discrétisées
D_e, D_w, D_n, D_s	Flux diffusifs aux interfaces e, w, n, s des équations discrétisées
Da	Nombre de Darcy
g	Accélération de la pesanteur, [$m.s^{-2}$]
H	Hauteur de la cavité, [m]
h	Coefficient de transfert de chaleur local, [$W.m^{-2}.K^{-1}$]
K	Perméabilité
k	Conductivité thermique du fluide, [$W.m^{-1}.K^{-1}$]
k_r	Rapport de conductivité thermique
k_b	Constante de Boltzmann, [$J.K^{-1}$]
l	Libre parcours moyen, [m]
L	Largeur de la cavité, [m]
d	Diamètre, [m]
T	Température, [K]
Nu	Nombre de Nusselt local
$\overline{Nu}$	Nombre de Nusselt moyen
p	Pression, [$N.m^{-2}$]
P	Pression adimensionnelle
P_e, P_w, P_n, P_s	Nombre de Péclet aux interfaces e, w, n, s
Le	Nombre de Lewis
M	Masse moléculaire du fluide de base
N	Rapport de flottabilité
	Nombre d'ondulations
	Nombre d'Avogadro
	L'amplitude d'onde sans dimension

Pr	Nombre de Prandtl
Ra	Nombre de Rayleigh
Re	Nombre de Reynolds
$S_\emptyset$	Terme source dans l'équation discrétisée
t	Temps dimensionnel, [s]
x, y	Coordonnées dimensionnelles, [m]
X, Y	Coordonnées adimensionnelles
u, v	Vitesses dimensionnelles suivant les directions x, y, [$m \cdot s^{-1}$]
U, V	Vitesses adimensionnelles

Lettres grecs

α	Diffusivité thermique, [$m^2 \cdot s^{-1}$] Angle d'inclinaison de la cavité
ζ	Epaisseur de la couche poreuse, [m]
λ	Longueur de la source de chaleur sans dimension Constante de génération de chaleur
ι	Paramètre de fluide de Casson
β	Coefficient d'expansion thermique. [K^{-1}]
θ	Température adimensionnelle
ν	Viscosité cinématique, [$m^2 \cdot s^{-1}$]
μ	Viscosité dynamique
ρ	Masse volumique, [$kg \cdot m^{-3}$]
τ	Temps adimensionnel, [s]
ψ	Fonction de courant adimensionnelle
ε	Porosité
Γ	Coefficient de diffusion
φ	Fraction volumique des nanoparticules
$\emptyset$	Variable générale
$\Delta\tau$	Pas du temps adimensionnel

Indices et exposants

c	Froid
h	Chaud
m	Milieu poreux

e, w, n, s	Faces du volume de contrôle est, ouest, nord, sud
E, W, N, S	Nœuds des volumes de contrôle adjacents est, ouest, nord, sud
f	Fluide de base
nf	Nanofluide
max	Maximum
P	Point au centre du volume de contrôle considéré
p	Particule
fr	Point de congélation du liquide de base
s	Solide
B	Brownien
u	Maillage décalé suivant la direction x
v	Maillage décalé suivant la direction y

Table des figures

Figure (I.1) : Schéma du montage expérimental [4].	4
Figure (I.2) : Géométrie de l'étude [5].	5
Figure (I.3) : Configuration étudiée [6].	5
Figure (I.4) : Géométrie de l'étude [8].	6
Figure (I.5) : Géométrie de l'étude [9].	7
Figure (I.6) : Configuration de l'écoulement [10].	7
Figure (I.7) : Description schématique de la convection dans une cavité poreuse, un corps interne solide et le système de coordonnées [11].	8
Figure (I.8) : Schéma de l'étude [12].	9
Figure (I.9) : Géométrie étudiée [13].	9
Figure (I.10) : Domaine physique des directions verticales (cas 1) et horizontale (cas 2) [14]...	10
Figure (I.11) : Géométrie de la cavité poreuse [15].	10
 Figure (II.1) : Configuration du problème avec les conditions aux limites.	13
 Figure (III.1) : Volume de contrôle typique dans le plan (x-y).	21
Figure (III.2) : Volume de contrôle décalé.	22
 Figure (IV.1) : Fonction de courant et températures pour $Ra = 10^7$, $\varepsilon = 0.4$ et $\varphi = 0.025$: Nos résultats (a),(b),(c) et résultats de la référence [19] (d),(e),(f).	43
Figure (IV.2) : Fonctions de courant et isothermes pour $Da = 10^{-1}$, $\varepsilon = 0.4$ et pour différents nombres de Rayleigh Ra.	44
Figure (IV.3) : Fonctions de courant et isothermes pour $Ra = 10^6$, $\varepsilon = 0.4$ et pour différents nombres de Darcy Da.	46
Figure (IV.4) : Variation du nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu}$ en fonction du nombre de Darcy Da pour $\varepsilon = 0.4$ et pour la fraction volumique $\varphi = 0$ (a) et 0.09 (b) et pour différents nombres de Rayleigh Ra.	47
Figure (IV.5) : Fonctions de courant et isothermes pour $Ra = 10^7$, $Da = 10^{-3}$ et pour différentes valeurs de la porosité.	48
Figure (IV.6) : Variation du nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu}$ en fonction de la fraction volumique φ pour $Da = 10^{-1}$, $\varepsilon = 0.4$ et pour différents nombres de Rayleigh Ra.	49

Figure (IV.7) : Variation du nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu}$ en fonction de la fraction volumique ϕ pour $Da = 10^{-1}$, $\varepsilon = 0.8$ et pour différents nombres de Rayleigh Ra.	50
Figure (IV.8) : Variation du nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu}$ en fonction de la fraction volumique ϕ pour $Da = 10^3$, $\varepsilon=0.6$ et pour différents nombres de Rayleigh Ra.	50
Figure (IV.9) : Variation du nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu}$ en fonction de la fraction volumique ϕ pour $Da = 10^{-1}$, $\varepsilon = 0.6$ et pour différents nombre de Rayleigh Ra.....	51

Liste des tableaux

Tableau (II.1) : Propriétés thermo-physiques de l'eau et de l'alumine.	11
Tableau (III.1) : Différents termes de l'équation de transport	20
Tableau (III.2) : Fonction $A(P)$ pour différents schémas numériques [18].	25
Tableau (IV.1) : Effet du maillage sur les valeurs de $\overline{Nu}$, ψ_{max} , U_{max} et V_{max} pour $Ra = 10^6$, $Da = 10^{-3}$ et $\varepsilon = 0.4$	40
Tableau (IV.2) : Comparaison des résultats avec ceux de la littérature de la référence [19] pour $\varphi = 0.025$	41
Tableau (IV.3) : Effet du nombre de Darcy Da sur les caractéristiques de l'écoulement pour $Ra = 10^6$, $\varepsilon = 0.4$ et pour la fraction volumique $\varphi = 0$ et 0.09	45
Tableau (IV.4) : Effet de la fraction volumique φ sur les caractéristiques de l'écoulement pour différents nombre de Rayleigh Ra et pour $Da = 10^{-3}$ et $\varepsilon = 0.4$	51

Introduction générale

Depuis quelques années, les scientifiques se sont intéressés à l'étude des transferts de chaleur convectifs par différents modes (naturel, forcé et mixte). Ces modes se trouvent dans de nombreux phénomènes naturels ou processus industriels. Parmi ces processus, on peut citer les systèmes de refroidissement des réacteurs nucléaires, les échangeurs de chaleur, les capteurs solaires, les équipements électriques, en particulier dans les installations et les systèmes d'isolation thermique et le refroidissement des équipements électroniques (Kumar [1], Shenoy et al. [2]).

Le phénomène de transfert de chaleur par convection naturelle dans les cavités poreuses est devenu l'objet de plusieurs études et l'intérêt de nombreux chercheurs. Il existe de nombreuses applications en rapport avec ce phénomène tel que les procédés en industries mécaniques, chimiques et pétrolières et même dans les domaines de la bio-rhéologie et de la géophysique. En raison de la faible conductivité des fluides traditionnels tels que l'eau et l'huile par rapport aux solides cristallins, il était nécessaire d'explorer de nouveaux fluides. En introduisant une faible concentration de nanoparticules solides dans les fluides du travail, on obtient une nouvelle génération des fluides qui s'appellent les nanofluides qui ont une conductivité thermique relativement élevée. Enfin, la recherche s'est considérablement développée au cours de la dernière décennie dans le développement et l'application des nanofluides pour leurs nombreuses utilisations dans divers domaines d'applications telles que : remise à neuf de composants électroniques et électriques, radars, des cibles et des filtres pour les lasers à haute énergie et les rayons X, ainsi que des échangeurs de chaleur et le chauffage solaire de l'eau (Das [3]).

Ce mémoire est structuré en quatre chapitres suivis d'une conclusion générale.

Le premier chapitre présente l'ensemble des travaux antérieurs numériques où expérimentaux traitant l'écoulement de la convection naturelle dans un milieu poreux saturé par un nanofluide.

Le deuxième chapitre décrit le modèle mathématique de la configuration étudiée avec les conditions aux limites associées.

Le troisième chapitre est consacré à décrire la méthode numérique pour résoudre le système d'équations régissant le phénomène physique.

Le quatrième chapitre expose les différents résultats obtenus de simulations avec leurs interprétations pour différents paramètres.

Enfin, une conclusion générale exprime les principaux résultats trouvés de cette étude.

Chapitre I

Recherches bibliographiques :

I.1 Introduction :

Le transfert de chaleur par convection naturelle se produit si un objet est placé dans un fluide à une température supérieure ou inférieure à celle de l'objet. En raison de la différence de température, la chaleur circulera entre le fluide et le corps et provoquera une modification de la densité du fluide adjacent à la surface.

Le phénomène de la convection naturelle a attiré de nombreux chercheurs en raison de son large éventail d'applications dans l'ingénierie et la nature, telles que les processus de filtration et de transport dans les réacteurs chimiques, les installations de stockage de céréales et de gaz, la pollution des eaux souterraines, l'industrie alimentaire, les déchets nucléaires, etc.

Les chercheurs se sont intéressés à la manière d'améliorer le transfert de chaleur dans les écoulements de convection naturelle en milieu poreux saturé. La simulation numérique est devenue le moyen rapide et le moins coûteux pour explorer ces problèmes.

I.2 Ecoulements et transferts en milieu poreux :

I.2.1 Milieu poreux :

En toute généralité, un milieu poreux est un matériel constitué par une matrice solide et des vides, appelés pores. La fraction volumique de vide d'une roche définit sa porosité totale. Ces vides peuvent être occupés par de l'eau, de l'air ou d'autres fluides.

Les principales caractéristiques des milieux poreux sont les deux propriétés macroscopiques indépendantes la porosité et la perméabilité.

I.2.2 Principes du transfert de chaleur dans les milieux poreux :

Dans un milieu poreux, quand un fluide saturant à plusieurs composants est soumis à des gradients de densité causés par des variations locales de température et de concentration, des forces volumiques dues au champ de gravité induisent un mouvement convectif : c'est la convection naturelle.

I.3 Convection naturelle :

La convection naturelle désigne le processus de transfert thermique résultant du mouvement des particules élémentaires d'un fluide entre des zones ayant des températures différentes. Ce mouvement entraîne un mélange intense des particules fluides, qui échangent de l'énergie et de la quantité de mouvement entre elles.

La structure et l'intensité de la convection naturelle sont en relation directe avec les conditions thermiques qui la déclenchent, la nature du fluide et la géométrie de l'espace où a lieu le processus.

Le phénomène de la convection naturelle en milieu poreux est fréquemment rencontré dans la nature et dans la technologie.

L'étude du transfert de chaleur par convection est un domaine de recherche depuis plusieurs décennies. Il existe de nombreuses publications scientifiques consacrées à l'étude de la convection naturelle, Parmi ces publications scientifiques, nous mentionnons les travaux ci-dessous :

Dey et all. [4] ont réalisé un travail expérimental pour découvrir l'effet des nanofluides sur la convection naturelle dans les milieux poreux, ce travail a été réalisé en utilisant trois types de fluides de travail (air, eau du robinet et eau distillée) pour étudier le coefficient de transfert de chaleur dans une enceinte

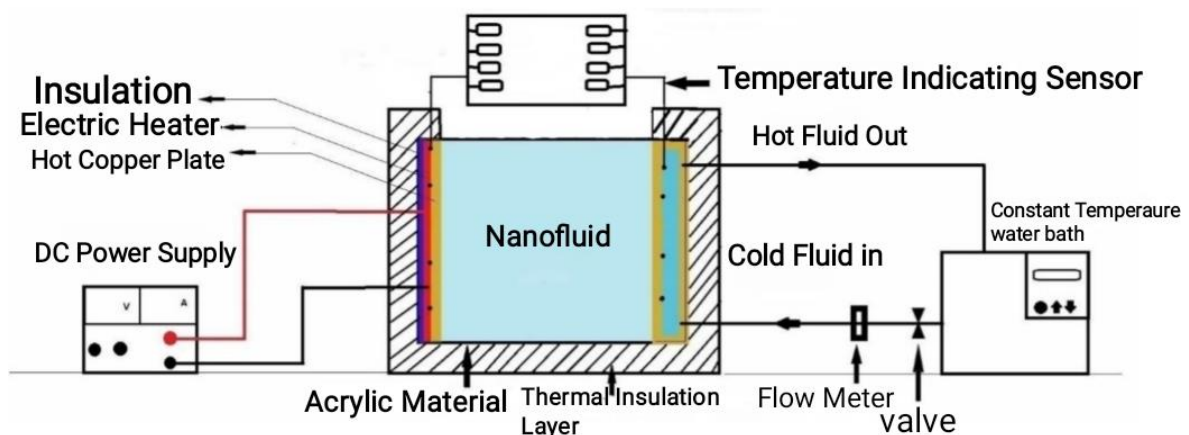


Figure (I.1) : Schéma du montage expérimental [4].

Izadi et Mohsen. [5] ont réalisé une étude numérique de l'écoulement de la convection naturelle transitoire du nanofluide dans une enceinte triangulaire contenant un milieu poreux. Les résultats suggèrent que l'utilisation d'un nanofluide hybride a des effets néfastes sur le taux de

transfert de chaleur. En revanche, à mesure que la fraction volumique de nanoparticules du nanofluid simple à l'intérieur de la chambre augmente, le taux de transfert de chaleur par convection s'améliore. De plus, il a été observé que l'utilisation des deux nanofluides (simples et hybrides) dans un milieu poreux pourrait améliorer la convection.

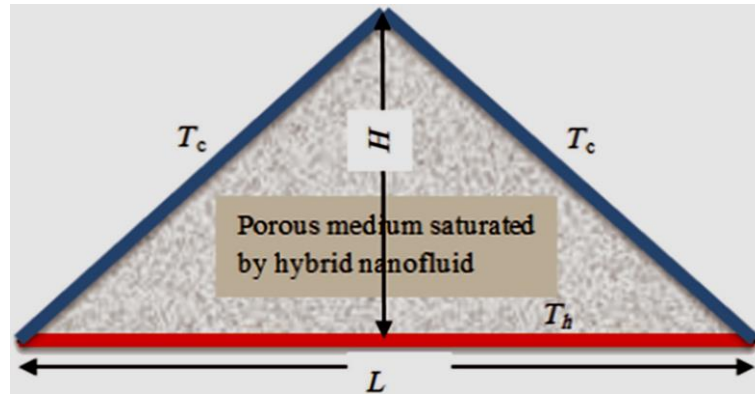


Figure (I.2) : Géométrie de l'étude [5].

Hadidi et al. [6] ont mené une étude numérique de la convection naturelle dans une cavité carrée inclinée à deux couches, une couche remplie d'un liquide et l'autre poreuse saturée par une solution aqueuse $Pr = 7$. Les résultats sont obtenus pour une large gamme de paramètres gouvernants et sont présentés pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison de la cavité ($0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$), l'épaisseur de la couche poreuse $\zeta = 0.2, 0.5$ et 0.8 , conductivité thermique ($k = 0.1 ; 1$ et 10), le nombre de Rayleigh $10^4 \leq Ra \leq 10^7$, le nombre de Darcy ($10^{-5} \leq Da \leq 10^{-2}$), le nombre de Lewis ($5 \leq Le \leq 100$) et le rapport de flottabilité ($-2 \leq N \leq 2$). Les résultats montrent que changements d'angle d'inclinaison, ont une influence significative sur la convection naturelle et les taux de transfert de chaleur et de masse.

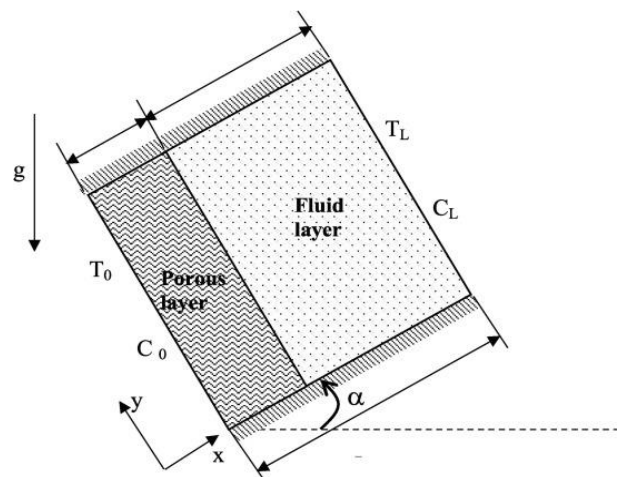


Figure (I.3) : Configuration étudiée [6].

Khanafer et Vafai. [7] ont étudié numériquement les caractéristiques du transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité remplie d'un milieu poreux par rapport à un capteur solaire. Leurs résultats ont indiqué que la présence d'un cylindre isotherme à l'intérieur de la cavité avait un effet profond sur les caractéristiques de l'écoulement et de transfert de chaleur du capteur solaire poreux. Les résultats ont également révélé que la sélection du modèle de milieu poreux affectait de manière significative le transfert de chaleur par convection dans la cavité.

Moria et al. [8] ont réalisé une simulation numérique pour vérifier l'importance des couches poreuses dans l'amélioration de la convection naturelle en une enceinte bidimensionnelle de forme L avec deux couches de milieu poreux fixées aux parois intérieures froides de la cavité et deux blocs chauffants à température constante fixés aux parois extérieures. Les paramètres utilisés est le nombre de Darcy ($10^{-8} \leq Da \leq 10^{-2}$), le nombre de Rayleigh ($10^3 \leq Ra \leq 10^6$), le rapport de conductivité thermique relative ($1 \leq Ke \leq 100$), l'angle d'inclinaison de l'enceinte ($0^\circ \leq \alpha \leq 125^\circ$),

Selon les résultats de la recherche actuelle, l'application d'une couche poreuse améliore les performances de transfert de chaleur par convection, en particulier dans les valeurs élevées du nombre de Rayleigh. Et que l'utilisation efficace des couches poreuses est lorsque $Da = 10^{-5}$

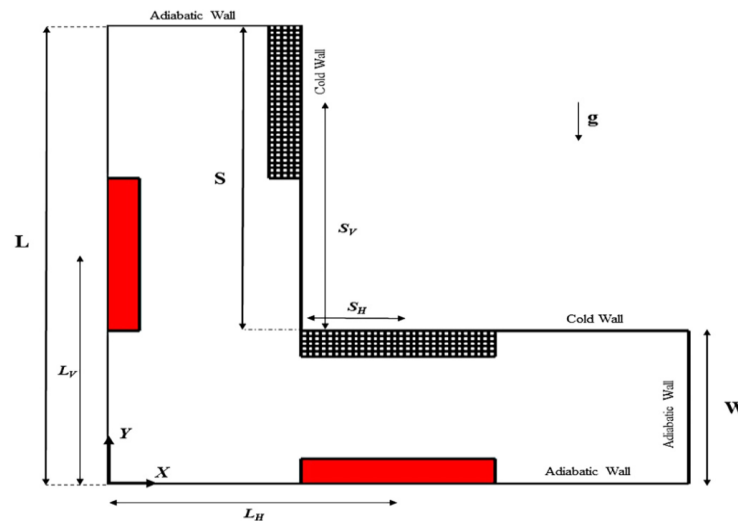


Figure (I.4) : Géométrie de l'étude [8].

Barman et al. [9] ont réalisé une étude numérique sur l'effet du rapport d'aspect sur la convection naturelle dans une cavité poreuse ondulante. Une cavité remplie de milieu poreux est placée horizontalement. Une source de chaleur partielle est encastrée dans la paroi verticale gauche et la paroi ondulée droite est à une température ambiante fixe et en gardant toutes les autres parois sont isolées thermiquement. Les paramètres de simulation sont le rapport d'aspect

($A = 0.2, 0.5, 2.0, 5.0$), le nombre de Rayleigh-Darcy ($Ra = 10, 10^2, 10^3$), la longueur de la source de chaleur sans dimension ($\lambda = 0.25, 0.50, 1.0$) ainsi que le nombre d'ondulations ($N = 1, 3$ et 5) par unité de longueur et l'amplitude d'onde sans dimension ($O = 0.05, 0.15, 0.25$) qui contrôlent l'ondulation de la paroi. Par conséquent, ils ont conclu qu'une augmentation de rapport d'aspect augmente l'efficacité du refroidissement.

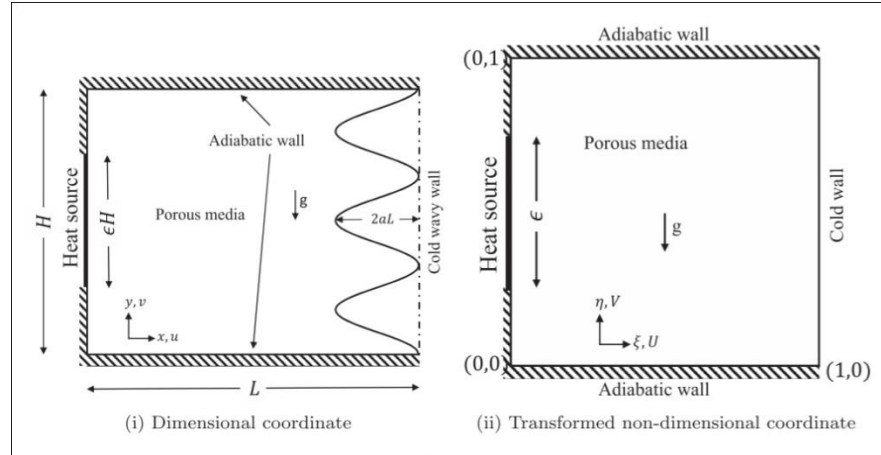


Figure (I.5) : Géométrie de l'étude [9].

Geridonmez et al. [10] ont étudié le transfert de chaleur par convection naturelle dans un espace rempli d'un milieu poreux en présence d'un champ magnétique partiel appliqué horizontalement. Les résultats indiquent que le transfert de chaleur convectif diminue avec l'augmentation de la longueur du champ magnétique partiel. L'augmentation du nombre de Hartmann oblige les lignes de courant à former des tourbillons secondaires en $Ra = 10^5$. L'effet du champ magnétique partiel disparaît lorsque le nombre de Darcy diminue. Enfin, la force du champ magnétique et l'emplacement peuvent être utilisés comme paramètre de contrôle pour le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide.

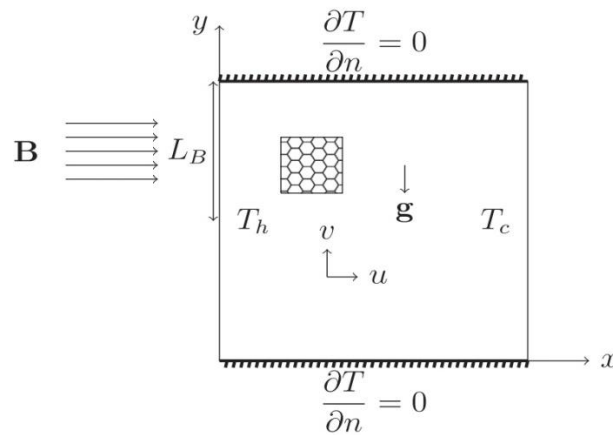


Figure (I.6) : Configuration de l'écoulement [10].

Alsabery et al. [11] ont étudié la convection naturelle dans une cavité poreuse carrée de longueur L et un corps interne solide de longueur d . Le nanofluide se trouve entre la cavité poreuse et le corps solide. Les résultats montrent que les nanoparticules possèdent une grande uniformité dans le fluide de base et que le nombre de Nusselt augmente avec les valeurs croissantes du nombre de Darcy. La porosité augmente le nombre de Nusselt moyen à un nombre de Darcy plus élevé tandis que son influence reste négligeable à un nombre de Darcy faible. Pour la porosité donnée, il existe une valeur critique de la fraction volumique des nanoparticules lorsque le nombre de Nusselt moyen est maximal.

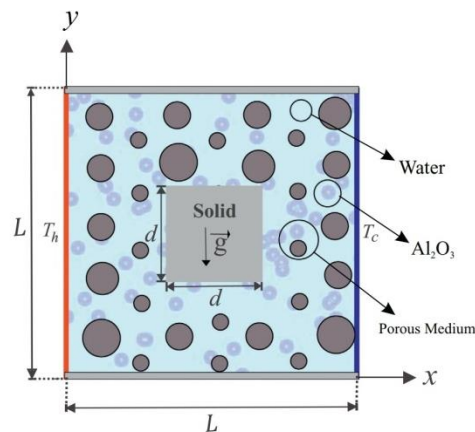


Figure (I.7) : Description schématique de la convection dans une cavité poreuse, un corps interne solide et le système de coordonnées [11].

Meerali et Al-Zamily. [12] ont effectué une analyse numérique pour étudier l'écoulement de fluide, le transfert de chaleur et la génération d'entropie dans une cavité avec génération de chaleur interne. La cavité est remplie de deux couches de nanofluide (TiO₂/eau) et d'une couche centrale de milieu poreux saturé rempli du même nanofluide. Le flux de chaleur uniforme et constant est partiellement appliqué à la paroi verticale gauche. L'effet des principaux paramètres à savoir le nombre de Rayleigh ($10^4 \leq Ra \leq 10^7$), la fraction volumique des nanoparticules ($0 \leq \phi \leq 0.1$), le nombre de Darcy ($10^{-1} \leq Da \leq 10^{-5}$), la constante de génération de chaleur ($0 \leq \lambda \leq 20$) et l'épaisseur de la couche poreuse (ζ) sur l'écoulement du fluide, sont étudiés. Deux cas différents selon l'emplacement de la source de chaleur sont étudiés. Les résultats indiquent que le transfert de chaleur pour le cas-2 est meilleur que pour le cas-1. Le rapport du nombre de Nusselt moyen pour le cas-2 au cas-1 augmente à mesure que (ζ) augmente (le rapport est de 1,365, 1,385 et 1,387 pour 0,2, 0,333 et 0,466) respectivement, $Ra = 10^6$, $\phi = 0.05$, $Da = 10^{-3}$ et $\lambda = 10$).

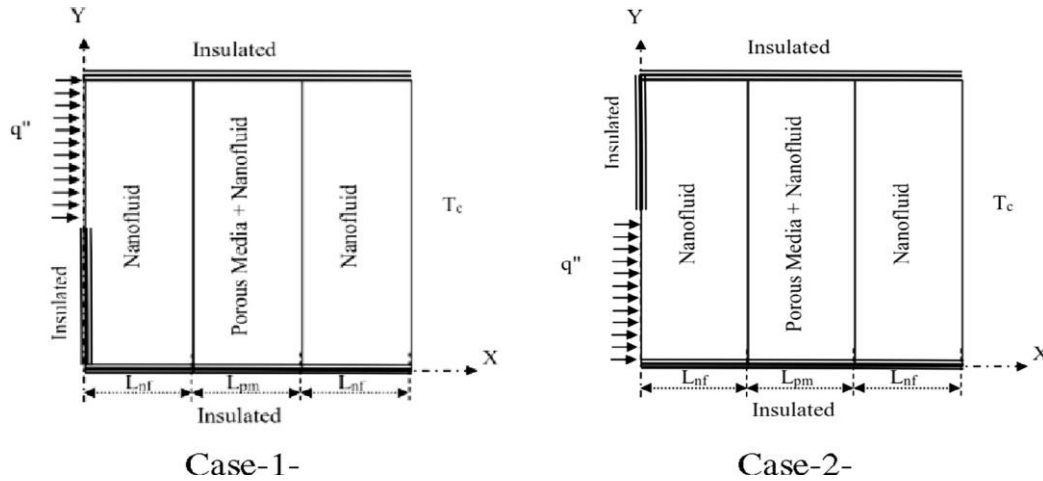


Figure (I.8) : Schéma de l'étude [12].

Aneja et al. [13] ont étudié numériquement le phénomène de convection naturelle dans une cavité carrée poreuse contenant un fluide de Casson. La longueur de la partie chauffée de la paroi a été modifiée pour étudier l'effet d'une zone chauffée sur l'écoulement du fluide et les caractéristiques de transfert de chaleur. Les résultats obtenus montrent qu'avec une augmentation du paramètre de fluide de Casson (ι) et du nombre de Darcy, le transfert de chaleur et la circulation de l'écoulement augmentent. Le transfert de chaleur dominant par conduction a lieu pour un faible nombre de Darcy sur une large plage du nombre de Rayleigh ($10^2 \leq Ra \leq 10^6$).

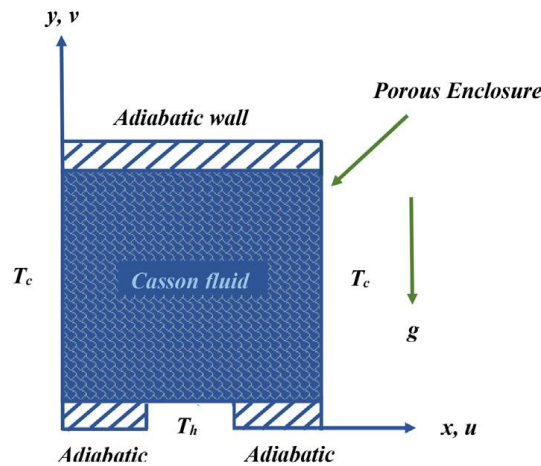


Figure (I.9) : Géométrie étudiée [13].

Al-Srayyih et al. [14] ont effectué une analyse numérique de l'écoulement de la convection naturelle dans une cavité poreuse trapézoïdale en considérant un modèle de transfert d'énergie thermique hors équilibre. Leurs résultats montrent que l'amélioration du transfert de chaleur utilisant le nanofluide est meilleure par rapport au fluide de base. De plus, les faibles valeurs du rapport de conductivité thermique conduisent à une amélioration du transfert de chaleur à un degré supérieur par rapport aux rapports de conductivité thermique élevés.

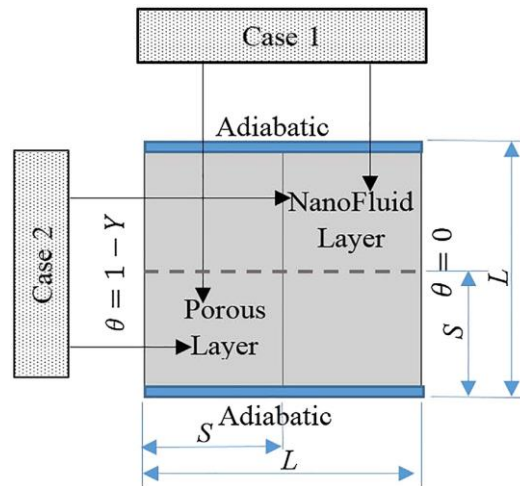


Figure (I.10) : Domaine physique des directions verticales (cas 1) et horizontales (cas 2) [14].

Khan et al. [15] ont analysé la convection naturelle dans une cavité poreuse trapézoïdale en tenant compte du modèle de transfert d'énergie thermique hors équilibre. Les résultats ont montré que les paramètres γ et H affectent le non-équilibre thermique et que les isothermes et les lignes de courant sont réparties symétriquement autour des obstacles. Le nombre de Nusselt local et les nombres de Nusselt moyens montrent une amélioration dominante pour des valeurs élevées du nombre de Rayleigh. L'étude rapportée sera utile pour analyser les modèles de non-équilibre thermique de convection naturelle dans les géométries curvilignes.

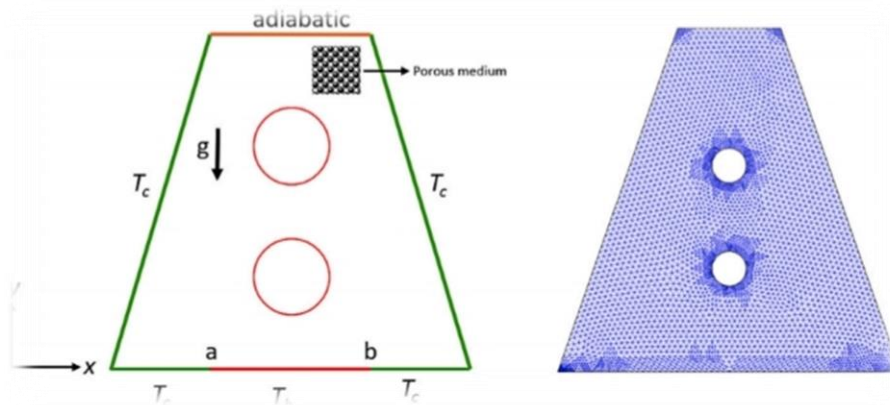


Figure (I.11) : Géométrie de la cavité poreuse [15].

I.4 Objectif du travail :

L'objectif de ce problème consiste à étudier numériquement l'amélioration du transfert de chaleur par convection naturelle en utilisant un nanofluide dans une cavité carrée poreuse différenciellement chauffée.

Chapitre II

Modélisation mathématique

II.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous allons exposer le modèle physique, les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions initiale et aux limites appropriées.

II.2 Hypothèses de recherche :

Pour une formulation simple du modèle mathématique nous allons considérer les hypothèses suivantes :

- Le milieu poreux est isotrope et homogène.
- Le fluide qui s'écoule est Newtonien, visqueux et incompressible.
- L'écoulement est laminaire.
- La dissipation visqueuse dans l'équation d'énergie est négligeable.
- Les propriétés thermo-physiques du nanofluide (autres que la masse volumique) sont constantes et sont évaluées à la température de référence. Cependant la densité du fluide dans le terme de la force de gravité varie linéairement avec la température et elle est donnée par l'approximation de Boussinesq.

$$\rho = \rho_0(1 - \beta(T - T_0)) \quad (\text{II.1})$$

Les propriétés thermo-physiques du nanofluide sont données dans le tableau (II.1) :

	$\rho \text{ (kg/m}^3\text{)}$	$c_p \text{ (J/kgK)}$	$k \text{ (W/mK)}$	$\beta \text{ (1/K)}$
Eau	997.1	4179	0.613	21×10^{-5}
Alumine(Al_2O_3)	3970	765	40	0.85×10^{-5}

Tableau (II.1) : Propriétés thermo-physiques de l'eau et de l'alumine.

II.3 Equations de base :

L'écoulement d'un nanofluide visqueux- Newtonien à travers un milieu poreux est basé sur le modèle de Darcy - Brinkman- Forchheimer [16]. Ce modèle est traduit mathématiquement par le bilan de quantité de mouvement qui s'écrit sous la formule vectorielle suivante :

$$\underbrace{\rho_{nf} \left[\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{V}\mathbf{V}}{\varepsilon} \right) \right]}_{(a)} = \underbrace{-\frac{1}{\varepsilon} \nabla(\varepsilon p)}_{(b)} + \underbrace{\rho_{nf} \mathbf{g}}_{(c)} + \underbrace{\frac{\mu_{nf}}{\varepsilon} \nabla^2 \mathbf{V}}_{(d)} - \underbrace{\left(\frac{\mu_{nf}}{K} \right) \mathbf{V}}_{(e)} - \underbrace{C_F \frac{\rho_{nf}}{\sqrt{K}} |\mathbf{V}| \mathbf{V}}_{(f)} \quad (II.2)$$

Où :

(a) : Forces inertielles macroscopiques.

(b) : Gradient de pression.

(c) : Forces de volumes.

(d) : Terme visqueux de Brinkman.

(e) : Terme de Darcy.

(f) : Terme de Forchheimer (Forces inertielles microscopiques).

En ce qui concerne le transfert thermique dans un milieu poreux, nous appliquons la première loi de la thermodynamique dans un milieu isotrope où les effets radiatifs, la dissipation visqueuse et le travail d'échange de pression sont négligeables avec un équilibre thermique local :

$$T_s = T_{nf} = T.$$

Pour tout le milieu, l'équation d'énergie s'écrit comme suit :

$$(\rho c)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c_p)_{nf} \mathbf{V} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k_m \nabla T) \quad (II.3)$$

Où : $(\rho c_p)_{nf}$ est k_m sont la capacité thermique du nanofluide et sa conductivité thermique globale du milieu poreux.

II.4 Géométrie du problème :

La géométrie étudiée est une cavité carrée ($A = L/H = 1$) remplie d'un milieu poreux saturé de nanofluide (Al_2O_3 - eau). Les parois verticales sont isothermes et maintenues à des températures différentes ($T_h > T_c$) par contre les parois horizontales sont adiabatiques (fig.II.1).

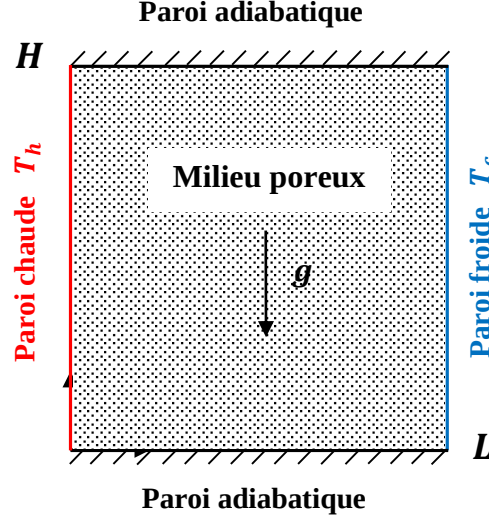


Figure (II.1) : Configuration du problème avec les conditions aux limites.

II.5 Formulation mathématique :

En tenant compte de toutes les hypothèses considérées ; le système d'équations locales différentielles aux dérivées partielles de continuité, du mouvement de nanofluide avec le transfert de chaleur dans un milieu poreux, décrivant ce problème est :

II.5.1 Equation sous forme dimensionnelle :

Equation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.5})$$

Equation de quantité de mouvement suivant x :

$$\begin{aligned} \rho_{nf} \left[\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon^2} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{nf} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{nf} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \\ - \left(\frac{\mu_{nf}}{K} \right) u - C_F \frac{\rho_{nf} \sqrt{u^2 + v^2}}{\sqrt{K}} u \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

Equation de quantité de mouvement suivant y :

$$\begin{aligned} \rho_{nf} \left[\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon^2} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] = - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{nf} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{nf} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \\ - \left(\frac{\mu_{nf}}{K} \right) v - C_F \frac{\rho_{nf} \sqrt{u^2 + v^2}}{\sqrt{K}} v + (\rho\beta)_{nf} g(T - T_c) \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

Equation d'énergie :

$$(\rho c)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c_p)_{nf} \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_m \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_m \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (\text{II.8})$$

Avec :

$$(\rho c)_m = (1 - \varepsilon)(\rho c)_s + \varepsilon(\rho c_p)_{nf} \quad (\text{II.9})$$

$$k_m = k_r \frac{k_{nf}}{k_f} \quad (\text{II.10})$$

Le système d'équations est résolu avec les conditions initiales et aux limites suivantes :

Pour $t = 0$:

$$u = v = T = 0. \quad (\text{II.11})$$

Pour $t > 0$:

$$\left. \begin{aligned} \text{à } x = 0, \quad 0 \leq y \leq H: \quad u = v = 0, \quad T = T_h \\ \text{à } x = L, \quad 0 \leq y \leq H: \quad u = v = 0, \quad T = T_c \\ \text{à } y = 0, \quad 0 \leq x \leq L: \quad u = v = 0, \quad \partial T / \partial y = 0 \\ \text{à } y = H, \quad 0 \leq x \leq L: \quad u = v = 0, \quad \partial T / \partial y = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.12})$$

II.5.2. Equations sous forme adimensionnelle :

En introduisant les variables adimensionnelles suivantes respectivement pour la longueur, la vitesse, la pression, la température

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{H}; \quad (U, V) = \frac{(u, v)H}{\alpha_f}; \quad P = \frac{p L^2}{\rho_{nf} \alpha_f^2}; \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}; \quad (\text{II.13})$$

$$\Delta T = T_h - T_c$$

Les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie adimensionnelles, qui gouvernent notre problème sont obtenues en utilisant les grandeurs de référence suivantes :

- Equation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II.14})$$

- Equation de la quantité du mouvement suivant x :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon^2} \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = & -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{\text{Pr}}{\varepsilon} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right] \\ & - \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \mu \frac{\text{Pr}}{Da} U - C_F \frac{\sqrt{U^2 + V^2}}{\sqrt{Da}} U \end{aligned} \quad (\text{II.15})$$

- Equation de la quantité du mouvement suivant y :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon^2} \left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = & -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{\text{Pr}}{\varepsilon} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] \\ & - \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \mu \frac{\text{Pr}}{Da} V - C_F \frac{\sqrt{U^2 + V^2}}{\sqrt{Da}} V + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f} Ra \text{Pr} \theta \end{aligned} \quad (\text{II.16})$$

Où : C_F est le coefficient de Forchheimer définis par :

$$C_F = \frac{1.75}{\sqrt{150} \varepsilon^{3/2}}$$

Avec :

$$\mu = \frac{\mu_{nf}}{\mu_f}; k = \frac{k_{nf}}{k_f} \quad (\text{II.17})$$

Les rapports de viscosité dynamique et de conductivité thermique de nanofluide par rapport au fluide de base. Le modèle utilisé pour définir ces rapports est celui de Corcione [17] pour des nanoparticules de taille $d_p = 47$ nm :

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = 1 / \left(1 - 34.87 \left(\frac{d_p}{d_f} \right)^{-0.3} \varphi^{1.03} \right) \quad (\text{II.18})$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 4.4 Re_B^{0.4} \text{Pr}^{0.66} \left(\frac{T}{T_{fr}} \right)^{10} \left(\frac{k_p}{k_f} \right)^{0.03} \varphi^{0.66} \quad (\text{II.19})$$

Où : Re_B est le nombre de Reynolds du mouvement brownien qui est défini comme suit :

$$Re_B = \frac{\rho_f u_B d_p}{\mu_f} \quad (\text{II.20})$$

et u_B est la vitesse brownienne de la nanoparticule qui est exprimée comme suit :

$$u_B = \frac{2k_b T}{\pi \mu_f d_p^2} \quad (\text{II.21})$$

où $k_b = 1.380648 \times 10^{-23} \text{ (J/K)}$ est la constante de Boltzmann. $l_f = 0.17 \text{ nm}$ est le libre parcours moyen des particules fluides. d_f est le diamètre moléculaire de l'eau donné par :

$$d_f = \frac{6M}{N\pi\rho_f} \quad (\text{II.22})$$

Où : M est la masse moléculaire du fluide de base, N est le nombre d'Avogadro et ρ_f est la masse du fluide de base à la température standard (310 K). En conséquence, et en se basant sur l'eau comme fluide de base, la valeur de d_f est obtenue :

$$d_f = \left(\frac{6 \times 0.01801528}{6.022 \times 10^{23} \times \pi \times 998.26} \right)^{1/3} = 3.85 \times 10^{-10} \text{ m} \quad (\text{II.23})$$

- Equation d'énergie :

$$\gamma \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \left(U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) = \frac{1}{(1 - \varphi) + \varphi \frac{(\rho c_p)_p}{(\rho c_p)_f}} \frac{k_r}{k_f} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(k \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(k \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \right] \quad (\text{II.24})$$

Avec :

$$\gamma = \frac{(\rho c)_m}{(\rho c_p)_{nf}} \quad (\text{II.25})$$

Les paramètres adimensionnels qui caractérisent l'écoulement sont :

Nombre de Rayleigh :

$$Ra = \frac{g \beta_{tf} \Delta T H^3}{\alpha_f \nu_f}$$

Nombre de Prandtl :

$$Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}$$

Nombre de Darcy :

$$Da = \frac{K}{H^2}$$

Où : $\Delta T = T_h - T_c$

II.5.3 Condition initiales et aux limites adimensionnelles :

Le système d'équations adimensionnel est résolu avec les conditions initiales et aux limites adimensionnelles suivantes :

Pour $\tau = 0$:

$$U = V = \theta = 0 \quad (\text{II.26})$$

Pour $\tau > 0$:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{à } X = 0, \quad 0 \leq Y \leq 1 : & U = V = 0, \quad \theta = 1 \\ \text{à } X = A, \quad 0 \leq Y \leq 1 : & U = V = 0, \quad \theta = 0 \\ \text{à } Y = 0, \quad 0 \leq X \leq A : & U = V = 0, \quad \partial\theta / \partial Y = 0 \\ \text{à } Y = 1, \quad 0 \leq X \leq A : & U = V = 0, \quad \partial\theta / \partial Y = 0 \end{array} \right\} \quad (\text{II.27})$$

Dans la présente étude, les propriétés thermiques de la matrice solide et du nanofluide ont été considérées comme identiques, c'est-à-dire $\gamma = 1$, pour simplifier l'analyse.

II.5.4 Taux de transfert de chaleur :

Pour évaluer le taux de transferts de chaleur total à travers l'enceinte, les nombres de Nusselt local et moyen sont définis aux parois isothermes comme suit :

$$Nu = h \frac{H}{k_f} = \frac{-k_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} H}{(T_h - T_c) k_f} \quad (\text{II.28})$$

Ensuite, le nombre de Nusselt local peut être écrit sous une forme sans dimension comme suit :

$$Nu = - \left(\frac{k_{nf}}{k_f} \right) \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (\text{II.29})$$

Le nombre moyen de Nusselt est défini comme suit :

$$\overline{Nu} = \int_0^1 \left[- \left(\frac{k_{nf}}{k_f} \right) \frac{\partial \theta}{\partial X} \right]_{X=0} dY \quad (\text{II.30})$$

(à la paroi chaude)

$$\overline{Nu} = \int_0^1 \left[- \left(\frac{k_{nf}}{k_f} \right) \frac{\partial \theta}{\partial X} \right]_{X=A} dY \quad (\text{II.31})$$

(à la paroi froide)

Par conséquent, le bilan thermique du fluide pur dans l'enceinte peut être donné comme suit :

$$\overline{Nu}_{|X=0} = \overline{Nu}_{|X=A} \quad (\text{II.32})$$

La fonction de courant sans dimension ψ est définie comme suit :

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y} \quad , \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (\text{II.33})$$

Chapitre III

Modélisation numérique

III.1 Introduction :

Les équations régissant le phénomène de la convection naturelle sont des équations aux dérivées partielles. La résolution analytique de ces équations en pratique est impossible en raison de la non-linéarité des équations, aussi le couplage vitesse-pression dans l'équation de la quantité de mouvement. Malgré tout, un recours aux méthodes de résolution numériques s'avère nécessaire pour les résoudre. Ils existent plusieurs méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles, à savoir :

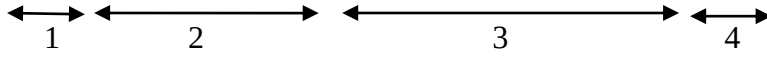
- La méthode des volumes finis.
- La méthode des différences finies.
- La méthode des éléments finis.

Dans notre étude, on a utilisé la méthode des volumes. Cette méthode est basée sur l'intégration des équations de conservation que l'on applique sur chaque volume de contrôle élémentaire. A partir des variables connues aux centres des volumes, on évalue les flux aux surfaces des volumes par interpolation. La grille est a priori quelconque, permettant ainsi de traiter des écoulements à géométrie complexe. Cette méthode donne de très bon résultat, car elle garantit la conservation des bilans massique et thermique sur tout le domaine étudié.

III.2 Forme générale de l'équation de transport :

Les équations différentielles aux dérivées partielles adimensionnelles (II.7) à (II.8) présentées dans le chapitre II, peuvent se mettre sous la forme générale d'une équation de transport (III.1), dont les expressions des grandeurs physiques, correspondant à chacune des équations (II.7) à (II.8) qui sont données dans le tableau (III.1).

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial (U\phi)}{\partial X} + \frac{\partial (V\phi)}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) + S_\phi \quad (\text{III.1})$$



1 : représente le terme transitoire.

2 : représente le terme de transport par convection

3 : représente le terme de transport par diffusion

4 : représente le terme de source.

Equation	ϕ	Γ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant x	U	$\frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu$	$-\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \mu \frac{Pr}{Da} U - \frac{C_F \sqrt{U^2 + V^2}}{\sqrt{Da}} U$
Quantité de mouvement suivant y	V	$\frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu$	$-\frac{\partial P}{\partial Y} - \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \mu \frac{Pr}{Da} V - \frac{C_F \sqrt{U^2 + V^2}}{\sqrt{Da}} V$ $+ \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} Ra Pr \theta$
Energie	θ	$\frac{1}{(1 - \varphi) + \varphi \frac{(\rho c_p)_p}{(\rho c_p)_f}} \frac{k_r}{k_f} k$	0

Tableau (III.1) : Différents termes de l'équation de transport.

III.3 Maillage :

Les équations différentielles ponctuelles qui gouvernent notre phénomène sont écrites dans chaque point du domaine physique. Pour les projeter sur ce domaine, nous construisons une grille divisée en un certain nombre de volumes finis, et en chaque volume on considère des points situés en son milieu. Les faces d'un volume de contrôle typique sont localisées au point e, w, n, s (Figure III.1). Notons P le centre du volume de contrôle considéré et E, W, N, S sont les centres des volumes de contrôles adjacents situés respectivement à l'Est, l'Ouest, le Nord et le Sud de celui contenant P. et pour l'expression des grandeurs scalaires, on utilise un volume de contrôle décalé (Figure III.2).

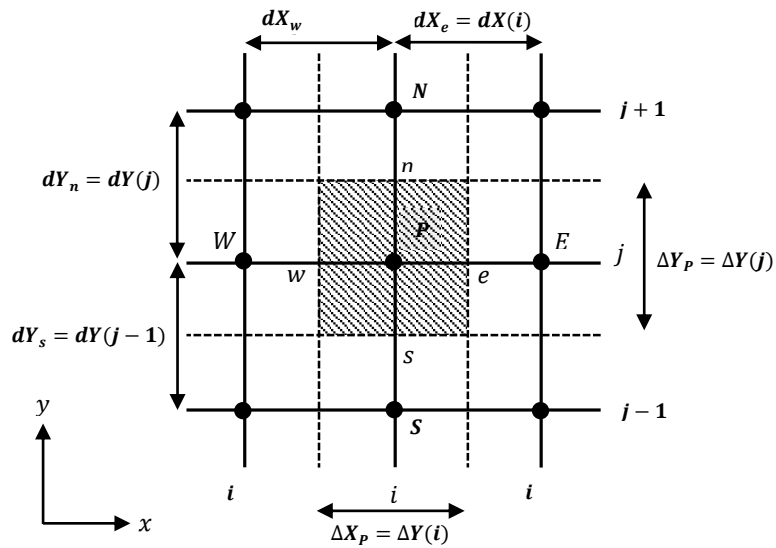


Figure (III.1) : Volume de contrôle typique dans le plan (x-y).

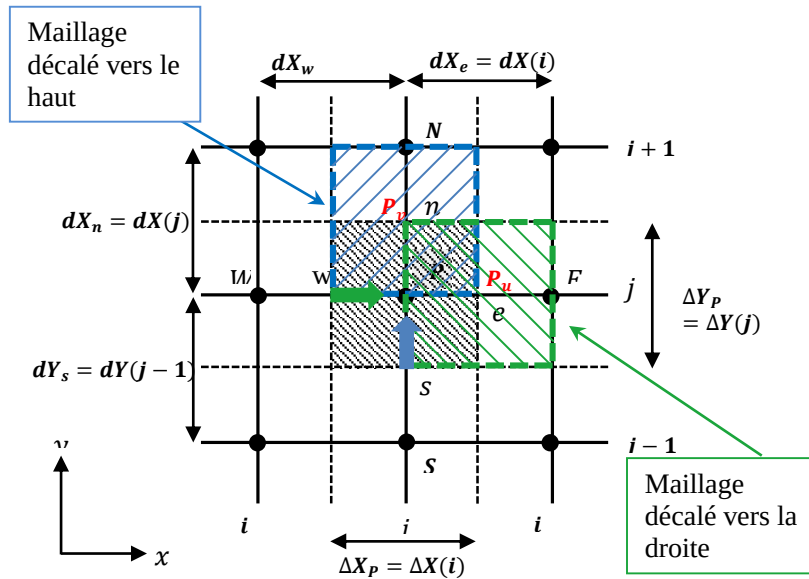


Figure (III.2) : Volume de contrôle décalé.

III.4. Discrétisation des équations mathématiques :

III.4.1. Discrétisation de l'équation générale de transport :

La discrétisation de l'équation générale de transport (III.1) sur un volume de contrôle typique donne, voir Figure (III.1) :

$$\begin{aligned}
 & \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial \tau} dXdYdt + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial (U\phi)}{\partial X} dXdYdt + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial (V\phi)}{\partial Y} dXdYdt \\
 &= \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) \right] dXdYdt + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial (U\phi)}{\partial X} dXdYdt \\
 &+ \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e S_{\phi} dXdYdt
 \end{aligned} \tag{III.2}$$

L'intégration des différents termes s'effectue comme suit :

Terme transitoire :

La division par Δt , nous donne :

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\phi^{n+1} + \phi^n}{\Delta\tau} dXdY = \frac{\phi^{n+1} + \phi^n}{\Delta\tau} \Delta X_P \Delta Y_P \tag{III.3}$$

Terme de transport convectif :

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial(U\phi)}{\partial X} dXdY = [(U\phi)_e - (U\phi)_w] \Delta Y_p \quad (\text{III.4})$$

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial(V\phi)}{\partial Y} dXdY = [(V\phi)_n - (V\phi)_s] \Delta X_p \quad (\text{III.5})$$

Terme de transport diffusif :

$$\int_s^n \int_w^e \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) \right] dXdY = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y_p \quad (\text{III.6})$$

$$\int_s^n \int_w^e \left[\frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) \right] dXdY = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X_p \quad (\text{III.7})$$

Terme source :

$$\int_s^n \int_w^e S_\phi dXdY = \overline{S_\phi} \Delta X_p \Delta Y_p \quad (\text{III.8})$$

Après l'intégration, l'équation générale de transport devient :

$$\begin{aligned} & \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta \tau} \Delta X_p \Delta Y_p + [(U\phi)_e - (U\phi)_w] \Delta Y_p + [(V\phi)_n - (V\phi)_s] \Delta X_p \\ & = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y_p + \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X_p + \overline{S_\phi} \Delta X_p \Delta Y_p \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

Les résultats des intégrales sont réarrangés sous la forme standard d'une équation de discrétisation algébrique :

$$A_P \phi_P^{\tau+\Delta\tau} = A_E \phi_E^{\tau+\Delta\tau} + A_W \phi_W^{\tau+\Delta\tau} + A_N \phi_N^{\tau+\Delta\tau} + A_S \phi_S^{\tau+\Delta\tau} + b \quad (\text{III.10})$$

Avec :

$$\begin{aligned} A_E &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

$$A_S = D_S A(|P_S|) + \max(F_S, 0)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_P^0 \quad (\text{III.12})$$

$$b = \left(\overline{S_\phi} + \frac{\phi^0}{\Delta t} \right) \Delta X \Delta Y \quad (\text{III.13})$$

ou : les flux convectifs.

$$F_e = U_e \Delta Y_p$$

$$F_w = U_w \Delta Y_p$$

$$F_n = V_n \Delta X_p$$

$$F_s = V_s \Delta X_p$$

où : les flux diffusifs.

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{dX_e} \Delta Y_p$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w}{dX_w} \Delta Y_p$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n}{dX_n} \Delta X_p$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s}{dX_s} \Delta X_p$$

où : les nombre de Péclet aux interfaces : e, w, n, s.

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} \quad , \quad P_w = \frac{F_w}{D_w} \quad , \quad P_n = \frac{F_n}{D_n} \quad , \quad P_s = \frac{F_s}{D_s} \quad (\text{III.16})$$

A_E, A_W, A_N, A_S et A_P : sont les coefficients correspondants, respectivement, aux nœuds est, ouest, nord, sud et centre du volume.

b : et un terme de source supposé être constant dans le volume de contrôle.

F_e, F_w, F_n, F_s et D_e, D_w, D_n, D_s sont respectivement les termes convectifs et diffusifs aux faces est, ouest, nord, sud.

P_e, P_w, P_n et P_s sont les nombres du Peclet, qui désignent les rapports des flux convectifs aux flux diffusifs aux différentes faces du volume de contrôle.

En arrivant à ce stade, il faudra exprimer les termes des flux convectifs et diffusifs aux interfaces des volumes de contrôle. Afin de surmonter à ce problème, on fait appel aux schémas numérique de discrétisation (différences centrées, exponentiel, Power Law, hybride,...). Ces schémas se différencient par la façon avec laquelle on prend en compte les termes de convection et de diffusion.

Le tableau ci-dessous donne les expressions de la fonction $A(P)$ pour différents schémas numériques.

Schéma	Formule de la fonction $A(P)$
Différences centrées	$1 - 0.5 P $
Upwind	1
Hybrid	$[0, 1 - 0.5 P]$
Loi de puissance	$[0, (1 - 0.5 P)^5]$
Exponentiel	$ P / [\exp(P) - 1]$

Tableau (III.2) : Fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques [18].

III.4.2. Equation de continuité :

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial U}{\partial X} dXdY = [U_e - U_w]\Delta Y_p \quad (\text{III.17})$$

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial V}{\partial Y} dXdY = [V_n - V_s]\Delta X_p \quad (\text{III.18})$$

On obtient l'équation de continuité discrétisée comme suit :

$$[U_e - U_w]\Delta Y_p + [V_n - V_s]\Delta X_p = 0 \quad (\text{III.19})$$

III.4.3. Equation de quantité du mouvement suivant x :

Tous les termes de l'équation de la quantité de mouvement suivant x sont multipliés par $dX dY$ et double intégrés entre les limites du volume de contrôle décalé (vers la droite).

$$\int_{\tau}^{\Delta\tau+\tau} \int_{w_u}^{e_u} \int_{s_u}^{n_u} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial \tau} dXdY = \frac{1}{\varepsilon} \frac{U^{\Delta\tau+\tau} - U^{\tau}}{\Delta\tau} dX_e \Delta Y_p \quad (\text{III.20})$$

$$\int_{w_u}^{e_u} \int_{s_u}^{n_u} \frac{1}{\varepsilon^2} U \frac{\partial U}{\partial X} dXdY = \frac{1}{\varepsilon^2} [(U_{e_u}^2 - U_{w_u}^2)] \Delta Y_p \quad (\text{III.21})$$

$$\int_{w_u}^{e_u} \int_{s_u}^{n_u} \frac{1}{\varepsilon^2} V \frac{\partial U}{\partial Y} dXdY = \frac{1}{\varepsilon^2} [(UV)_{n_u} - (UV)_{s_u}] dX_e \quad (\text{III.22})$$

$$\int_{w_u}^{e_u} \int_{s_u}^{n_u} -\frac{\partial P}{\partial X} dXdY = [P_P - P_E] \Delta Y_p \quad (\text{III.23})$$

$$\int_{w_u}^{e_u} \int_{s_u}^{n_u} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right) dXdY = \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu \left[\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)_{e_u} - \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)_{w_u} \right] \Delta Y_p \quad (\text{III.24})$$

$$\int_{w_u}^{e_u} \int_{s_u}^{n_u} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right) dXdY = \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu \left[\left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right)_{n_u} - \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right)_{s_u} \right] \Delta X_p \quad (\text{III.25})$$

$$\int_{w_u}^{e_u} \int_{s_u}^{n_u} -\frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \mu \frac{Pr}{Da} U dXdY = -\frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \mu \frac{Pr}{Da} U_{p_u} dX_e \Delta Y_p \quad (\text{III.26})$$

$$\int_{w_u}^{e_u} \int_{s_u}^{n_u} -\frac{C_F \sqrt{U^2 + V^2}}{\sqrt{Da}} U dXdY = -\frac{C_F \sqrt{U_{p_u}^2 + V_{p_u}^2}}{\sqrt{Da}} U_{p_u} dX_e \Delta Y_p \quad (\text{III.27})$$

Les résultats des intégrales sont réarrangés sous la forme standard d'une équation de discrétisation algébrique :

$$A_P U_{P_u} = A_E U_{E_u} + A_W U_{W_u} + A_N U_{N_u} + A_S U_{S_u} + S_U \quad (\text{III.28})$$

Où les coefficients et le terme source de l'équation algébrique sont définis comme suit :

$$A_E = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_W = D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0)$$

$$A_N = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0)$$

$$A_S = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$

où :

$$F_e = \frac{1}{2\varepsilon^2} [U_P + U_E] \Delta Y_p$$

$$F_w = \frac{1}{2\varepsilon^2} [U_W + U_P] \Delta Y_p$$

$$F_n = \frac{1}{2\varepsilon^2} [V_P + V_E] dX_e$$

$$F_s = \frac{1}{2\varepsilon^2} [V_{ES} + V_S] dX_e$$

et :

$$D_e = \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu \frac{\Delta Y_p}{\Delta X_E}$$

$$D_w = \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu \frac{\Delta Y_p}{\Delta X_P}$$

$$D_n = \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu \frac{dX_e}{dY_n}$$

$$D_s = \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu \frac{dX_e}{dY_s}$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + \frac{1}{\varepsilon} \frac{dX_e \Delta Y_p}{\Delta \tau} + \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \mu \frac{Pr}{Da} dX_e \Delta Y_p + \frac{C_F V_{p_u}}{\sqrt{Da}} dX_e \Delta Y_p \quad (III.32)$$

$$S_U = (P_P - P_E) \Delta Y_p \quad (III.33)$$

III.4.4. Equation de quantité du mouvement suivant y :

Tous les termes de l'équation de la quantité de mouvement suivant y sont multipliés par $dX dY$ et double intégrés entre les limites du volume de contrôle décalé (vers le haut).

$$\int_{\tau}^{\Delta\tau+\tau} \int_{w_v}^{e_v} \int_{s_v}^{n_v} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial V}{\partial \tau} dXdY = \frac{1}{\varepsilon} \frac{V^{\Delta\tau+\tau} - V^{\tau}}{\Delta\tau} \Delta X_p dY_n \quad (\text{III.34})$$

$$\int_{w_v}^{e_v} \int_{s_v}^{n_v} \frac{1}{\varepsilon^2} U \frac{\partial V}{\partial X} dXdY = \frac{1}{\varepsilon^2} [(UV)_{e_v} - (UV)_{w_v}] dY_n \quad (\text{III.35})$$

$$\int_{w_v}^{e_v} \int_{s_v}^{n_v} \frac{1}{\varepsilon^2} V \frac{\partial V}{\partial Y} dXdY = \frac{1}{\varepsilon^2} [(V^2)_{n_v} - (V^2)_{s_v}] \Delta X_p \quad (\text{III.36})$$

$$\int_{w_v}^{e_v} \int_{s_v}^{n_v} -\frac{\partial P}{\partial Y} dXdY = [P_P - P_N] \Delta X_p \quad (\text{III.37})$$

$$\int_{w_v}^{e_v} \int_{s_v}^{n_v} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial V}{\partial X} \right) dXdY = \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu \left[\left(\frac{\partial V}{\partial X} \right)_{e_v} - \left(\frac{\partial V}{\partial X} \right)_{w_v} \right] dY_n \quad (\text{III.38})$$

$$\int_{w_v}^{e_v} \int_{s_v}^{n_v} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right) dXdY = \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu \left[\left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)_{n_v} - \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)_{s_v} \right] \Delta X_p \quad (\text{III.39})$$

$$\int_{w_v}^{e_v} \int_{s_v}^{n_v} -\frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \mu \frac{Pr}{Da} V dXdY = -\frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \mu \frac{Pr}{Da} V_{p_v} \Delta X_p dY_n \quad (\text{III.40})$$

$$\int_{w_v}^{e_v} \int_{s_v}^{n_v} -\frac{C_F \sqrt{U^2 + V^2}}{\sqrt{Da}} V dXdY = -\frac{C_F \sqrt{U_{p_v}^2 + V_{p_v}^2}}{\sqrt{Da}} V_{p_v} \Delta X_p dY_n \quad (\text{III.41})$$

Les résultats des intégrales sont réarrangés sous la forme standard d'une équation de discrétisation algébrique :

$$A_P V_{P_v} = A_E V_{E_v} + A_W V_{W_v} + A_N V_{N_v} + A_S V_{S_v} + S_V \quad (\text{III.42})$$

Où les coefficients et le terme source de l'équation algébrique sont définis comme suit :

$$A_E = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_W = D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \quad (\text{III.43})$$

$$A_N = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0)$$

$$A_S = D_S A(|P_S|) + \max(F_S, 0)$$

où :

$$F_e = \frac{1}{2\varepsilon^2} [U_P + U_N] dY_n$$

$$F_w = \frac{1}{2\varepsilon^2} [U_{WN} + U_W] dY_n$$

$$F_n = \frac{1}{2\varepsilon^2} [V_{Pv} + V_{Nv}] \Delta X_p$$

$$F_s = \frac{1}{2\varepsilon^2} [V_{Sv} + V_{Pv}] \Delta X_p$$

(III.44)

et

$$D_e = \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu \frac{dY_n}{dX_e}$$

$$D_w = \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu \frac{dY_n}{dX_w}$$

$$D_n = \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu \frac{\Delta X_p}{\Delta Y_N}$$

$$D_s = \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\varepsilon} \mu \frac{\Delta X_p}{\Delta Y_P}$$

(III.45)

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\Delta X_p dY_e}{\Delta \tau} + \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \mu \frac{Pr}{Da} \Delta X_p dY_n + \frac{C_F U_{pv}}{\sqrt{Da}} \Delta X_p dY_n$$

(III.46)

$$S_v = (P_P - P_N) \Delta X_p + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} Ra Pr \theta$$

(III.47)

III.4.5 Équation d'énergie :

$$\int_{\tau}^{\Delta\tau+\tau} \int_{w_v}^{e_v} \int_{s_v}^{n_v} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} dX dY = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\theta^{\Delta\tau+\tau} - \theta^{\tau}}{\Delta\tau} \Delta X_p \Delta Y_p$$

(III.48)

$$\int_w^e \int_s^n \left(U \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) dX dY = [U_e \theta_e - U_w \theta_w] \Delta Y_p$$

(III.49)

$$\int_w^e \int_s^n \left(V \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) dX dY = [V_n \theta_n - V_s \theta_s] \Delta X_p \quad (\text{III.50})$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_s^n \frac{1}{(1-\varphi) + \varphi \frac{(\rho c_p)_p}{(\rho c_p)_f}} \frac{k_r}{k_f} k \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \right] dX dY \\ = \frac{1}{(1-\varphi) + \varphi \frac{(\rho c_p)_p}{(\rho c_p)_f}} \frac{k_r}{k_f} k \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_e - \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y_p \end{aligned} \quad (\text{III.51})$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_s^n \frac{1}{(1-\varphi) + \varphi \frac{(\rho c_p)_p}{(\rho c_p)_f}} \frac{k_r}{k_f} k \left[\frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \right] dX dY \\ = \frac{1}{(1-\varphi) + \varphi \frac{(\rho c_p)_p}{(\rho c_p)_f}} \frac{k_r}{k_f} k \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_n - \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X_p \end{aligned} \quad (\text{III.52})$$

Les résultats des intégrales sont réarrangés sous la forme standard d'une équation de discrétisation algébrique :

$$A_P \theta_P = A_E \theta_E + A_W \theta_W + A_N \theta_N + A_S \theta_S + S_\theta \quad (\text{III.53})$$

Où les coefficients et le terme source de l'équation algébrique sont définis comme suit :

$$\begin{aligned} A_E &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \end{aligned} \quad (\text{III.54})$$

Où :

$$\begin{aligned} F_e &= U_e \Delta Y_p \\ F_w &= U_w \Delta Y_p \\ F_n &= V_n \Delta X_p \\ F_s &= V_s \Delta X_p \end{aligned} \quad (\text{III.55})$$

et :

$$D_e = \frac{1}{(1 - \varphi) + \varphi \frac{(\rho c_p)_p}{(\rho c_p)_f}} \frac{k_r}{k_f} k \frac{\Delta Y_p}{dX_e}$$

$$D_w = \frac{1}{(1 - \varphi) + \varphi \frac{(\rho c_p)_p}{(\rho c_p)_f}} \frac{k_r}{k_f} k \frac{\Delta Y_p}{dX_w}$$

$$D_n = \frac{1}{(1 - \varphi) + \varphi \frac{(\rho c_p)_p}{(\rho c_p)_f}} \frac{k_r}{k_f} k \frac{\Delta X_p}{dY_n}$$

$$D_s = \frac{1}{(1 - \varphi) + \varphi \frac{(\rho c_p)_p}{(\rho c_p)_f}} \frac{k_r}{k_f} k \frac{\Delta X_p}{dY_s}$$
(III.56)

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + \frac{\Delta X_p \Delta Y_p}{\Delta \tau}$$
(III.57)

$$S_\theta = \theta_P^0 \Delta X_p \Delta Y_p$$
(III.58)

III.5. Méthode de résolution :

III.5.1. Equation de pression :

Pour résoudre le système d'équations de discrétisation de U_{P_u} et V_{P_v} , il est nécessaire de connaître la pression qui apparait dans les termes sources de ces équations. Donc, il nous faut une équation de discrétisation de la pression à chaque point intérieur du maillage typique. L'obtention d'une telle équation est possible avec l'utilisation des équations de discrétisation des vitesses et de continuité.

L'équation de discrétisation (III.35) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$A_P U_{P_u} = A_E U_{E_u} + A_W U_{W_u} + A_N U_{N_u} + A_S U_{S_u} + b_U + (P_P - P_E) \Delta Y_p$$
(III.59)

Avec :

$$S_U = b_U + (P_P - P_E) \Delta Y_p$$
(III.60)

On remarque que la position P_u du maillage décalé est confondue avec la position e du maillage typique. Donc, l'équation de discrétisation de U_{P_u} ($U_{P_u} = U_e$) devient :

$$A_P U_e = A_E U_{E_u} + A_W U_{W_u} + A_N U_{N_u} + A_S U_{S_u} + b_U + (P_P - P_E) \Delta Y_p \quad (\text{III.61})$$

Cette équation est réécrite comme suit :

$$U_e = [A_E U_{E_u} + A_W U_{W_u} + A_N U_{N_u} + A_S U_{S_u} + b_U + (P_P - P_E) \Delta Y_p] / A_P \quad (\text{III.62})$$

$$U_e = \hat{U}_e + d_e (P_P - P_E) \quad (\text{III.63})$$

Avec:

$$U_e = [A_E U_{E_u} + A_W U_{W_u} + A_N U_{N_u} + A_S U_{S_u} + b_U] / A_P \quad (\text{III.64})$$

Cette variable est appelée la pseudo vitesse suivant la direction x .

$$d_e = \Delta Y_p / A_P \quad (\text{III.65})$$

Au point w , on peut obtenir une équation similaire:

$$U_w = \hat{U}_w + d_w (P_W - P_P) \quad (\text{III.66})$$

Ou les pseudo-vitesses sont données par les expressions suivantes :

$$\hat{U}_e = [A_E U_{E_u} + A_W U_{W_u} + A_N U_{N_u} + A_S U_{S_u} + b_U] / A_P \quad (\text{III.67})$$

Nous avons aussi obtenu l'équation de discrétisation de V_{P_v} :

$$A_P V_{P_v} = A_E V_{E_v} + A_W V_{W_v} + A_N V_{N_v} + A_S V_{S_v} + b_V + (P_P - P_N) \Delta X_P \quad (\text{III.68})$$

Avec :

$$S_V = b_V + (P_P - P_N) \Delta X_P \quad (\text{III.69})$$

Aussi, on remarque que la position P_v du maillage décalé vers le haut est confondue avec la position n du maillage typique. Donc, l'équation de discrétisation de V_{P_v} ($V_{P_v} = V_n$) devient :

$$A_P V_n = A_E V_{E_v} + A_W V_{W_v} + A_N V_{N_v} + A_S V_{S_v} + b_V + (P_P - P_N) \Delta X_P \quad (\text{III.70})$$

Cette équation est réécrite comme suit :

$$V_n = [A_E V_{E_v} + A_W V_{W_v} + A_N V_{N_v} + A_S V_{S_v} + b_V + (P_P - P_N) \Delta X_P] / A_P \quad (\text{III.71})$$

$$V_n = \hat{V}_n + d_n (P_P - P_N) \quad (\text{III.72})$$

Avec :

$$\hat{V}_n = [A_E V_{E_v} + A_W V_{W_v} + A_N V_{N_v} + A_S V_{S_v} + b_v] / A_P \quad (\text{III.73})$$

$$d_n = \Delta X_P / A_P \quad (\text{III.74})$$

Au point s , on peut obtenir une équation similaire:

$$V_s = \hat{V}_s + d_s (P_s - P_P) \quad (\text{III.75})$$

Maintenant, nous allons remplacer les quatre équations :

$$\begin{aligned} U_e &= \hat{U}_e + d_e (P_P - P_E) & , & & U_w &= \hat{U}_w + d_w (P_w - P_P) \\ V_n &= \hat{V}_n + d_n (P_P - P_N) & , & & V_s &= \hat{V}_s + d_s (P_s - P_P) \end{aligned} \quad (\text{III.76})$$

dans l'équation de discrétisation de continuité :

$$(U_e - U_w) \Delta Y_P + (V_n - V_s) \Delta X_P = 0 \quad (\text{III.77})$$

et on obtient alors l'équation de discrétisation de pression sous la forme :

$$A_P P_P = A_E P_E + A_W P + A_N P_N + A_S P_S + S_P \quad (\text{III.78})$$

Avec :

$$A_E = d_e \Delta Y_P, \quad A_W = d_w \Delta Y_P, \quad A_N = d_n \Delta X_P, \quad A_S = d_s \Delta X_P \quad (\text{III.79})$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S \quad (\text{III.80})$$

$$S_P = [(\hat{U}_w - \hat{U}_e) \Delta Z_P + (\hat{V}_s - \hat{V}_n) \Delta X_P] \quad (\text{III.81})$$

Les équations de discrétisation du champ de vitesse et du champ de pression obtenues sont fortement dépendantes. Ce couplage nécessite une solution simultanée et itérative de ces équations. La solution commence par des estimations qui doivent être corrigées.

On définit les variables correctes comme des sommes des variables estimées plus des corrections :

$$U = U^* + U'$$

$$V = V^* + V' \quad (\text{III.82})$$

$$P = P^* + P'$$

Où :

U^*, V^*, P^* sont les estimations et U', V', P' sont les corrections.

Si on utilise ces définitions dans les équations de discrétisation des vitesses, on obtient les équations de discrétisation des estimations :

$$A_P U_{P_u}^* = A_E U_{E_u}^* + A_W U_{W_u}^* + A_N U_{N_u}^* + A_S U_{S_u}^* + b_U + (P_P^* - P_E^*) \Delta Y_P \quad (\text{III.83})$$

$$A_P V_{P_v}^* = A_E V_{E_v}^* + A_W V_{W_v}^* + A_N V_{N_v}^* + A_S V_{S_v}^* + b_V + (P_P^* - P_N^*) \Delta X_P \quad (\text{III.84})$$

Ces équations montrent qu'avec une estimation de la pression on ne peut obtenir qu'une estimation des vitesses.

Les équations de discrétisation des corrections sont :

$$A_P U_{P_u}' = A_E U_{E_u}' + A_W U_{W_u}' + A_N U_{N_u}' + A_S U_{S_u}' + (P_P' - P_E') \Delta Y_P \quad (\text{III.85})$$

$$A_P V_{P_v}' = A_E V_{E_v}' + A_W V_{W_v}' + A_N V_{N_v}' + A_S V_{S_v}' + (P_P' - P_N') \Delta X_P \quad (\text{III.86})$$

Comme approximation, on peut éliminer les corrections des vitesses aux points voisins et on redéfinit les corrections des vitesses seulement en fonction de la correction de la pression :

$$U_{P_u}' = d_e (P_P' - P_E') \quad (\text{III.87})$$

$$V_{P_v}' = d_n (P_P' - P_N')$$

Donc le champ de vitesses s'écrit comme suit :

$$U_e = U_e^* + d_e (P_P' - P_E')$$

$$U_w = U_w^* + d_w (P_P' - P_P') \quad (\text{III.88})$$

$$V_n = V_n^* + d_n (P_P' - P_N')$$

$$V_s = V_s^* + d_s (P_P' - P_P')$$

Pour la détermination de la correction de pression, on utilise les définitions (III.87) dans l'équation de discrétisation de continuité (III.19) et on obtient :

$$[U_e^* + d_e (P_P' - P_E')] \Delta Y_P - [U_w^* + d_w (P_P' - P_P')] \Delta Y_P + [V_n^* + d_n (P_P' - P_N')] \Delta X_P - [V_s^* + d_s (P_P' - P_P')] \Delta X_P = 0 \quad (\text{III.89})$$

Cette équation est réécrite sous la forme d'une équation de discrétisation de correction de pression :

$$A_P P_P' = A_E P_E' + A_W P_W' + A_N P_N' + A_S P_S' + S_P' \quad (\text{III.90})$$

Avec :

Les coefficients $A_E, A_W, A_N, A_S, A_F, A_B$ et A_P sont les mêmes que ceux de l'équation de pression:

et :

$$S_{P'} = [U_w^* - U_e^*]\Delta Y_P + [V_s^* - V_n^*]\Delta X_P = 0 \quad (\text{III.91})$$

III.5.2. Technique de balayage et l'algorithme de Thomas :

La résolution directe du système d'équations algébriques est compliquée, pour cela, on utilise la technique de balayage qui est une méthode de résolution semi-itérative. Elle consiste à déterminer les valeurs de la variable $\emptyset$ sur chaque ligne du domaine d'étude indépendamment des autres lignes, donc le système se transforme d'un système d'équations algébriques multidimensionnelles en un système unidimensionnel, en ajoutant à la source de la dimension choisie des termes des autres dimensions. Le système d'équations obtenu est représenté par une matrice tri-diagonale et peut être résolu par l'algorithme de Thomas.

L'équation algébrique s'écrit pour le nœud P du maillage comme suit :

$$A_P \emptyset_P = A_E \emptyset_E + A_W \emptyset_W + A_N \emptyset_N + A_S \emptyset_S + S \quad (\text{III.92})$$

Le système d'équations obtenu peut se mettre sous la forme suivante :

$$[A] \cdot [\emptyset] = [S_\emptyset] \quad (\text{III.93})$$

$[A]$: est une matrice de $(IL - 2) \times (JL - 2)$ éléments.

$[\emptyset]$: Vecteur des inconnues

$i = 2 ; IL - 1$ et $j = 2 ; JL - 1$

Pour déterminer les valeurs de $\emptyset$ sur une colonne « i » on suppose que les valeurs de cette dernière sont connues sur les colonnes « i » et « $i + 1$ ». L'équation algébrique (III.92) écrite pour chaque nœud de la colonne « i » est alors réduite à une équation qui contient seulement trois inconnues ($\emptyset_P, \emptyset_N, \emptyset_S$).

Dans sa forme générale indicielle, l'équation discrétisée s'écrit comme suit :

$$A_P(i, j) \emptyset_{i, j} = A_E(i, j) \emptyset_{i+1, j} + A_W(i, j) \emptyset_{i-1, j} + A_N(i, j) \emptyset_{i, j+1} + A_S(i, j) \emptyset_{i, j-1} + S(i, j) \quad (\text{III.94})$$

Pour le nœud (i, j) du maillage, l'équation (III.94) peut être écrite sous la forme d'une équation unidimensionnelle :

$$a_j \phi_j = b_j \phi_{j+1} + c_j \phi_{j-1} + d_j \quad (\text{III.95})$$

où :

$$\left. \begin{aligned} a_j &= A_P(i, j) \\ b_j &= A_N(i, j) \\ c_j &= A_S(i, j) \\ d_j &= A_E(i, j)\phi_{i+1,j} + A_W(i, j)\phi_{i-1,j} + S(i, j) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.96})$$

Donc, on obtient l'équation sous la forme suivante :

$$-c_j \phi_{j-1} + a_j \phi_j - b_j \phi_{j+1} = d_j \quad (\text{III.97})$$

Avec : $c_1 = 0$ et $b_{JL} = 0$

Pour tous les nœuds $(j = 2, JL - 1)$ de la colonne i , l'équation donne un système de la forme :

$$\begin{aligned} & -c_2 \phi_1 + a_2 \phi_2 - b_2 \phi_3 = d_2 \\ & \dots\dots\dots \\ & -c_j \phi_{j-1} + a_j \phi_j - b_j \phi_{j+1} = d_j \\ & \dots\dots\dots \\ & -c_{JL} \phi_{JL-1} + a_{JL} \phi_{JL} - b_{JL} \phi_{JL+1} = d_{JL} \end{aligned} \quad (\text{III.98})$$

Les valeurs de ϕ_1 et ϕ_{JL} sont connues (conditions aux limites).

La matrice associée au système est tri-diagonale. On utilise l'algorithme TDMA (Algorithme de Thomas pour résolution en réarrangeant toutes les équations du système (III.98) sous la forme suivante :

$$\phi_j = \frac{c_j}{a_j} \phi_{j-1} + \frac{b_j}{a_j} \phi_{j+1} + \frac{d_j}{a_j} \quad (\text{III.99})$$

On obtient :

$$\phi_2 = \frac{c_2}{a_2} \phi_1 + \frac{b_2}{a_2} \phi_3 + \frac{d_2}{a_2} \quad (\text{III.100})$$

$$\phi_3 = \frac{c_3}{a_3} \phi_2 + \frac{b_3}{a_3} \phi_4 + \frac{d_3}{a_3} \quad (\text{III.101})$$

$$\phi_{jL} = \frac{c_{jL}}{a_{jL}} \phi_{jL-1} + \frac{b_{jL}}{a_{jL}} \phi_{jL+1} + \frac{d_{jL}}{a_{jL}} \quad (\text{III.102})$$

Et puisque ϕ_1 est connue, on élimine ϕ_2 de (III.100) et ϕ_3 de (III.101) et ainsi de suite; on obtient une relation de récurrence pour ϕ_j telle que :

$$\phi_j = P_j \phi_{j+1} + Q_j \quad (\text{III.103})$$

Détermination de P_j et Q_j , Pour le nœud $(i, j-1)$, on a :

$$\phi_{j-1} = P_{j-1} \phi_j + Q_{j-1} \quad (\text{III.104})$$

En remplaçant (III.104) dans (III.97), on trouve :

$$-c_j(P_{j-1} \phi_j + Q_{j-1}) + a_j \phi_j - b_j \phi_{j+1} = d_j \quad (\text{III.105})$$

on a:

$$(a_j - c_j P_{j-1}) \phi_j = d_j + c_j Q_{j-1} + b_j \phi_{j+1} \quad (\text{III.106})$$

$$\phi_j = \frac{b_j}{a_j - c_j P_{j-1}} \phi_{j+1} + \frac{d_j - c_j Q_{j-1}}{a_j - c_j P_{j-1}} \quad (\text{III.107})$$

De (III.103) et (III.107), on a :

$$P_j = \frac{b_j}{a_j - c_j P_{j-1}} \quad (\text{III.108})$$

$$Q_j = \frac{d_j - c_j Q_{j-1}}{a_j - c_j P_{j-1}} \quad (\text{III.109})$$

Remarquons que pour $j = 1$ on a : $c_j = 0$; l'équation (III.107) pour $j = 1$ se réduit à :

$$c = \frac{b_1}{a_1} \phi_2 + \frac{d_1}{a_1} \quad (\text{III.110})$$

Ce qui correspond à la forme de l'équation (III.99)

on a :

$$P_1 = \frac{b_1}{a_1} \quad , \quad Q_1 = \frac{d_1}{a_1} \quad (\text{III.111})$$

Aussi, pour $j = JL$ On a : $b_{JL} = 0$, donc $P_{JL} = 0$

Et de l'équation (III.104) on a :

$$P_{JL} = Q_{JL} \quad (III.112)$$

Algorithme de THOMAS se résume comme suit :

- Trianguler la matrice (la matrice tri-diagonal devient bi-diagonale)
- 1. Calculer les quantités P_1 et Q_1 de (III.99) par $P_1 = \frac{b_1}{a_1}$, $Q_1 = \frac{d_1}{a_1}$.
- 2. Calculer à partir de (III.108) et (III.109) les coefficients P_j et Q_j pour $j = 1, 2, \dots, JL$.
 - Résoudre le système à matrice bi-diagonale :
- 3. On pose : $\phi_{JL} = Q_{JL}$

On utilise l'équation (III.103) pour $j = JL - 1, j = JL - 2, \dots, 1$ pour obtenir les valeurs $\phi_{JL-1}, \phi_{JL-2}, \dots, \phi_2, \phi_1$.

III.5.3 Algorithme de calcul SIMPLER :

La solution séquentielle de l'ensemble des systèmes d'équations de discrétisation des vitesses, de la pression, de la température et du potentiel électrique, est assurée par l'algorithme SIMPLER (Semi-Implicit-Pressure-Equation-Revised) [19]. Les étapes de cet algorithme sont :

1. On commence par une initialisation du champ des vitesses.
2. Avec le champ de vitesse initial, on calcule les pseudo vitesses : $\hat{U}$ et $\hat{V}$.
3. Avec les pseudo-vitesses, on peut résoudre (par la méthode itérative de balayage) le système d'équations de discrétisation de la pression et obtenir une estimation de cette dernière : P^*
4. L'estimation de la pression est utilisée dans les équations de discrétisation des vitesses. Alors, les systèmes d'équations de discrétisation des vitesses sont résolus (par la méthode itérative de balayage) et on obtient les estimations des vitesses : U^* et V^* .
5. Avec les estimations des vitesses, on peut résoudre (par la méthode itérative de balayage) le système d'équations de discrétisation de la correction de pression et obtenir une estimation de cette dernière : P' .
6. Avec la correction de la pression, on calcule les corrections des vitesses et on corrige le champ de vitesse.
7. On résout le système d'équations de discrétisation de la vitesse azimutale (par la méthode itérative de balayage) et on obtient sa distribution.
8. On résout le système d'équations de discrétisation de la température (par la méthode itérative de balayage) et on obtient le champ de température

9. On résout le système d'équations de discrétisation du potentiel électrique (par la méthode itérative de balayage) et on obtient le champ du potentiel électrique.
10. On vérifie la convergence des calculs : si le régime stationnaire est atteint on arrête le calcul, sinon on augmente le temps d'un pas et avec le champ de vitesse corrigé comme une nouvelle initialisation, on retourne à l'étape 2.

III.5.4 Critère de convergence :

La convergence est atteinte lorsque le bilan de conservation de masse et d'énergie est satisfait, en vérifiant qu'entre deux itérations consécutives, l'évolution des valeurs des variables de l'écoulement (U, V, θ) soit négligeable.

$$(\phi^{n+1} - \phi^n) / \phi^n \leq \varepsilon = 10^{-4} \quad (\text{III.113})$$

Où : ϕ est la variable dépendante qui représente U, V ou θ .

n est le nombre d'itérations.

Chapitre IV

Résultats et discussion

IV.1 Effet du maillage :

La précision des résultats et son temps de calcul sont étroitement liés au choix du maillage. Une grille uniforme est utilisée. Pour examiner l'effet des maillages sur les solutions numériques, six maillages ont été considérés : 42×42 , 62×62 , 82×82 , 102×102 , 122×122 et 162×162 nœuds. En augmentant la taille du maillage de 102×102 nœuds à 122×122 nœuds, moins de 0,2% a été enregistré dans les valeurs calculées (Tableau IV.1). Après avoir effectué les tests d'indépendance de la solution numérique, la grille 102×102 nœuds a été sélectionné parce qu'elle offre également le meilleur compromis entre temps de calcul et la précision.

Grille	ψ_{max}	U_{max}	V_{max}	$\overline{Nu}$
42×42	9.7686	41.1133	76.9951	5.5181
62×62	9.6654	41.2948	77.3977	5.3975
82×82	9.6265	41.2715	77.5971	5.3517
102×102	9.6096	41.2508	77.7267	5.3256
122×122	9.5992	41.2717	77.7865	5.3127
162×162	9.5899	41.2626	77.8828	5.2956

Tableau (IV.1) : Effet du maillage sur les valeurs de $\overline{Nu}$, ψ_{max} , U_{max} et V_{max} pour $Ra = 10^6$, $Da = 10^{-3}$ et $\varepsilon = 0.4$.

IV.2 Validation du code :

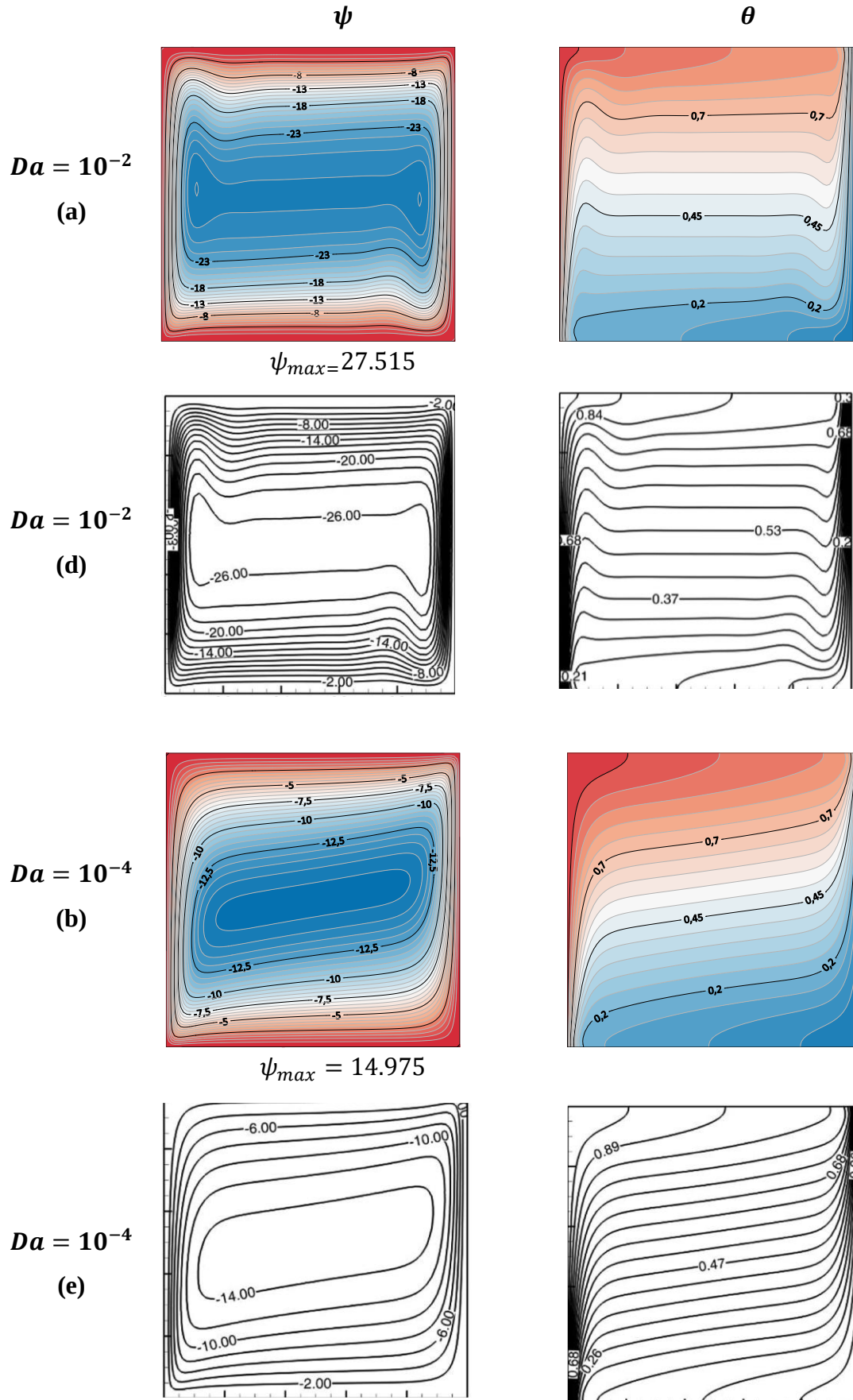
Une validation de notre code de calcul a été faite par une comparaison quantitative entre nos résultats et des différents résultats de références disponibles dans la littérature. Tableau (IV.2) montre les comparaisons de ψ_{max} avec les résultats de Nguyen et al. [19], pour un

écoulement laminaire dans une cavité poreuse dont les parois verticales sont soumises à des températures différentes et constantes. Les comparaisons ont été faites pour les paramètres suivants : un nombre de Darcy $Da = 10^{-2}$, 10^{-4} et 10^{-6} , pour un nombre de Rayleigh $Ra = 10^7$ et pour une porosité $\varepsilon = 0.4$.

D'après tableau (IV.2) et la figure (IV.1), on peut également observer l'accord presque parfait entre nos résultats et ceux de la littérature.

	Ra	Da	ε	ψ_{max}
Nguyen et al. [19]	10^7	10^{-2}	0.4	27.515
Nos résultats				27.038
Nguyen et al. [19]	10^7	10^{-4}	0.4	14.975
Nos résultats				14.711
Nguyen et al. [19]	10^7	10^{-6}	0.4	0.665
Nos résultats				0.676

Tableau (IV.2) : Comparaison des résultats avec ceux de la littérature de la référence [19] pour $\varphi = 0.025$.



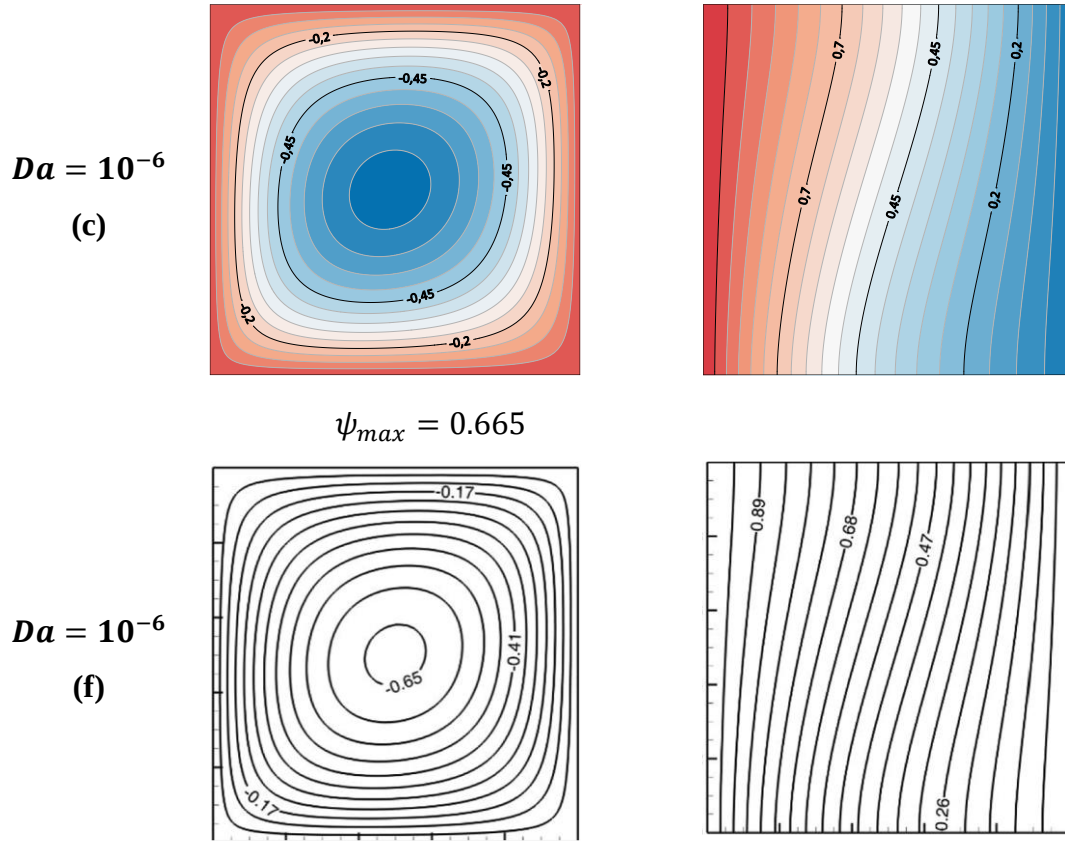


Figure (IV.1) : Fonction de courant et températures pour $Ra = 10^7$, $\varepsilon = 0.4$ et $\varphi = 0.025$: Nos résultats (a),(b),(c) et résultats de la référence [19] (d),(e),(f).

IV.3 Résultats et discussion :

IV.3.1 Effet du nombre de Rayleigh :

La figure (IV.2) illustre les lignes de courants et les isothermes au sein de la cavité carrée pour différents nombres de Rayleigh $Ra = 10^4, 10^5, 10^6, 10^7$. L'évolution des lignes de courant pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh montre que pour les faibles valeurs de Ra , l'intensité de circulation de l'écoulement est faible à cause de la dominance du régime conductif dans la cavité. La structure de l'écoulement a une forme des lignes circulaires concentrique. Les lignes se déforment fur à mesure jusqu'à l'obtention des cellules secondaires à l'intérieur de la cellule principale dans les côtés droit et gauche de l'enceinte. En augmentant le nombre de Rayleigh de 10^4 à 10^7 , la circulation entraînée par la force de flottabilité à l'intérieur de la cavité s'accroît et l'écoulement monocellulaire pour $Ra = 10^4, 10^5$ et 10^6 , devient déformé avec la présence de deux cellules au sein de la circulation principale pour $Ra = 10^7$.

L'augmentation du nombre de Rayleigh a entraîné une déformation importante des isothermes, en raison de l'intensification de la convection due à l'augmentation de la force de flottabilité.

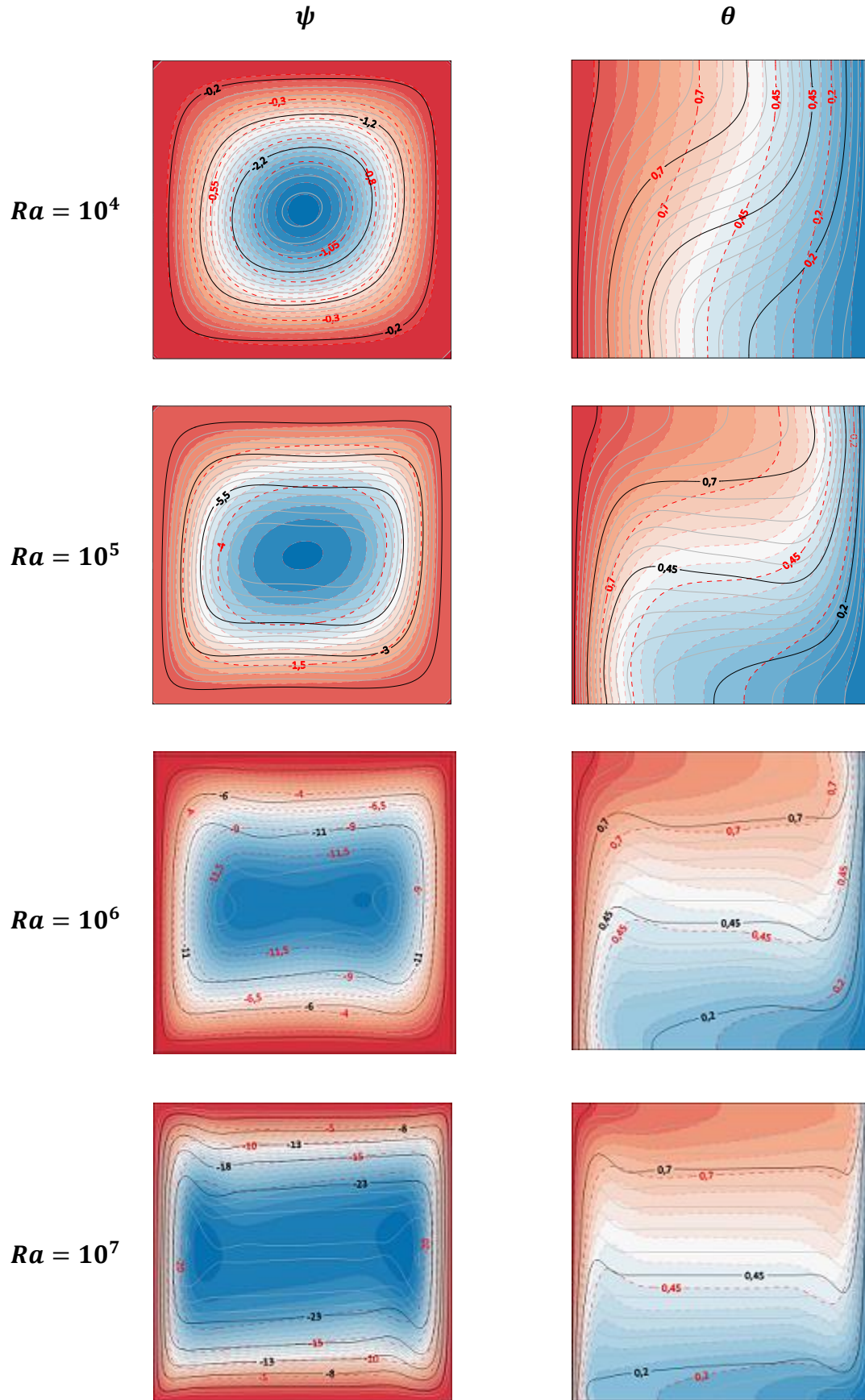


Figure (IV.2) : Fonctions de courant et isothermes pour $Da = 10^{-1}$, $\varepsilon=0.4$ et pour différents nombres de Rayleigh Ra .

Fluide pure $\varphi = 0$ (ligne continue) et nanofluide $\varphi = 0.09$ (ligne discontinue).

IV.3.2 Effet du nombre de Darcy :

La figure (IV.3) illustre les lignes de courants et les isothermes au sein de la cavité carrée pour différents nombres de Darcy. Les lignes de courant représentées par les différentes valeurs du nombre de Darcy indiquent une forte influence sur la structure de l'écoulement.

L'intensité de l'écoulement augmente avec le nombre de Darcy, mais pour des valeurs faibles de Darcy l'écoulement est moins déformé.

Afin d'analyser l'effet du nombre de Darcy sur le transfert thermique nous avons représenté sur la figure (IV.4). L'évolution des nombres de $\overline{Nu}$ en fonction de Da pour $Ra = 10^4, 10^5, 10^6, 10^7$ et pour fluide pur et nanofluide. Aux faibles valeurs de Darcy où la perméabilité est faible, les nombres de $\overline{Nu}$ demeurent pratiquement constants à cause de la dominance de la conduction. Cependant, pour les valeurs élevées de Da (les valeurs de perméabilité augmentent), le nombre de $\overline{Nu}$ augmente d'une façon similaire avec les nombres de Ra et de Da .

Le transfert thermique est plus important dû à l'accroissement du nombre de Rayleigh.

	$Da = 10^{-1}$		$Da = 10^{-3}$		$Da = 10^{-5}$		$Da = 10^{-6}$	
φ	0	0.09	0	0.09	0	0.09	0	0.09
ψ_{max}	15.2233	13.5441	10.6375	7.1768	0.7078	0.2077	0.0735	0.0210
U_{max}	60.6652	47.4379	47.2842	29.4498	3.0536	0.8925	0.3450	0.0925
V_{max}	146.575	88.9991	102.420	46.9129	3.1826	0.9310	0.8959	0.0965

Tableau (IV.3) : Effet du nombre de Darcy Da sur les caractéristiques de l'écoulement pour $Ra = 10^6$, $\varepsilon = 0.4$ et pour la fraction volumique $\varphi = 0$ et 0.09 .

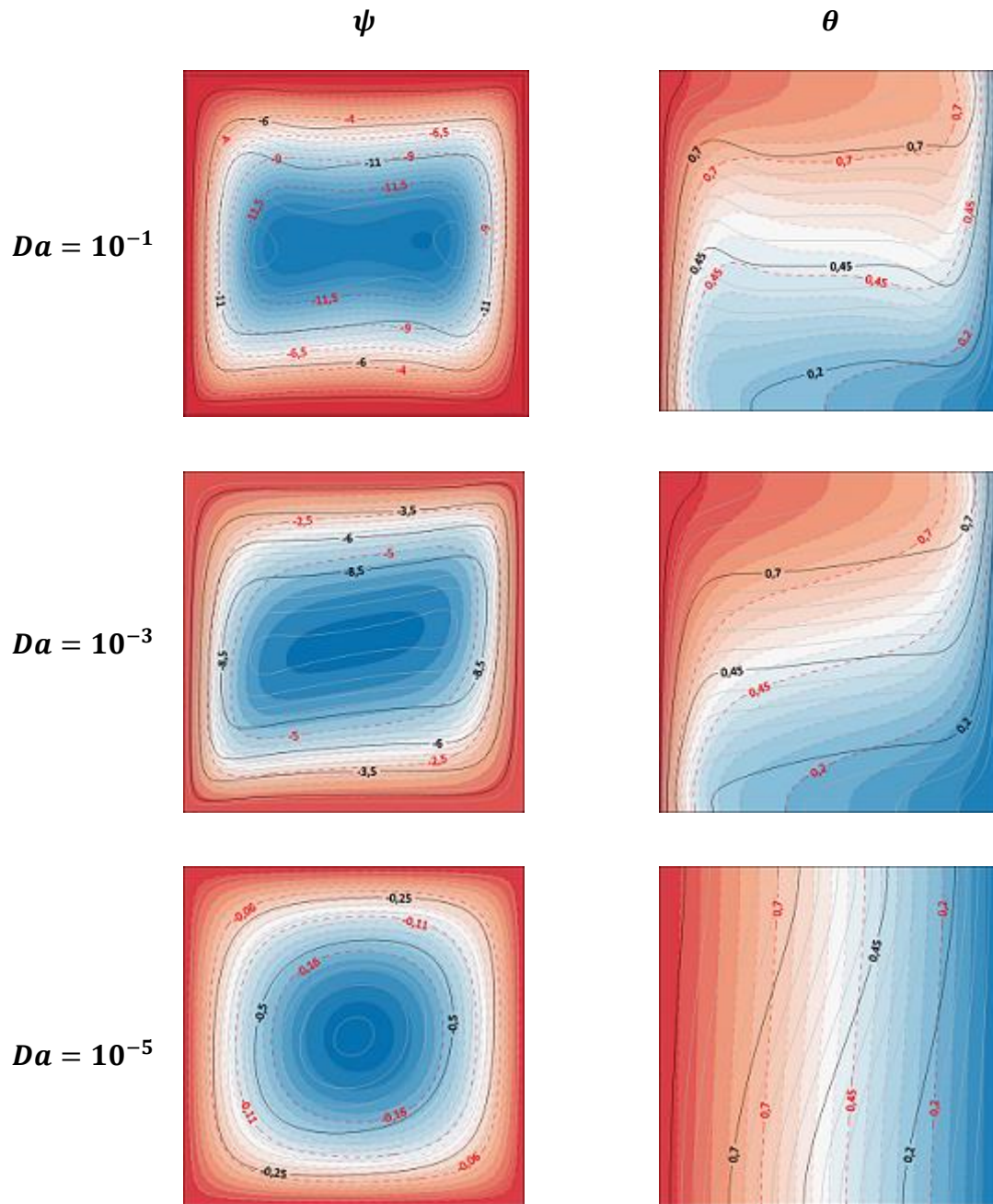
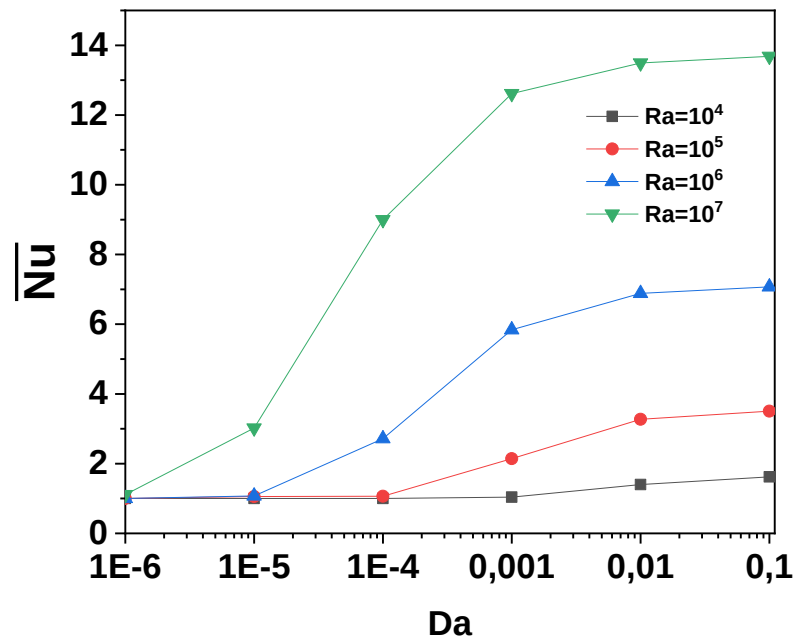
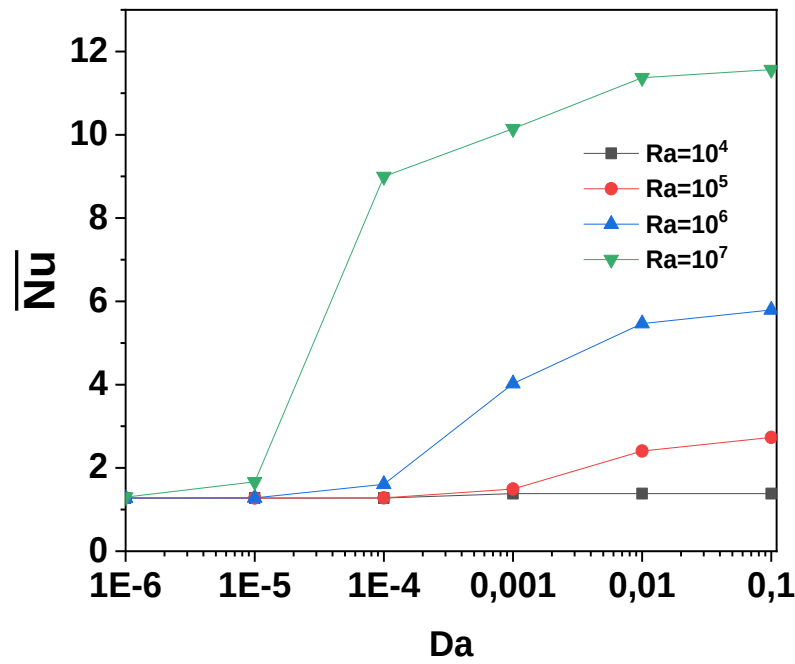


Figure (IV.3) : Fonctions de courant et isothermes pour $Ra = 10^6$, $\varepsilon = 0.4$ et pour différents nombres de Darcy Da .

Fluide pur $\varphi = 0$ (ligne continue) et nanofluide $\varphi = 0.09$ (ligne discontinue)



(a)



(b)

Figure (IV.4) : Variation du nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu}$ en fonction du nombre de Darcy Da pour $\varepsilon=0.4$ et pour la fraction volumique $\phi=0$ (a) et 0.09 (b) et pour différents nombres de Rayleigh Ra .

IV.3.3 Effet de la porosité

L'effet de la porosité est insignifiant sur les lignes de courant et sur les isothermes. Lorsque la porosité augmente, les changements sont moins significatifs dans la gamme $\varepsilon = 0.4, 0.6$ et 0.8 .

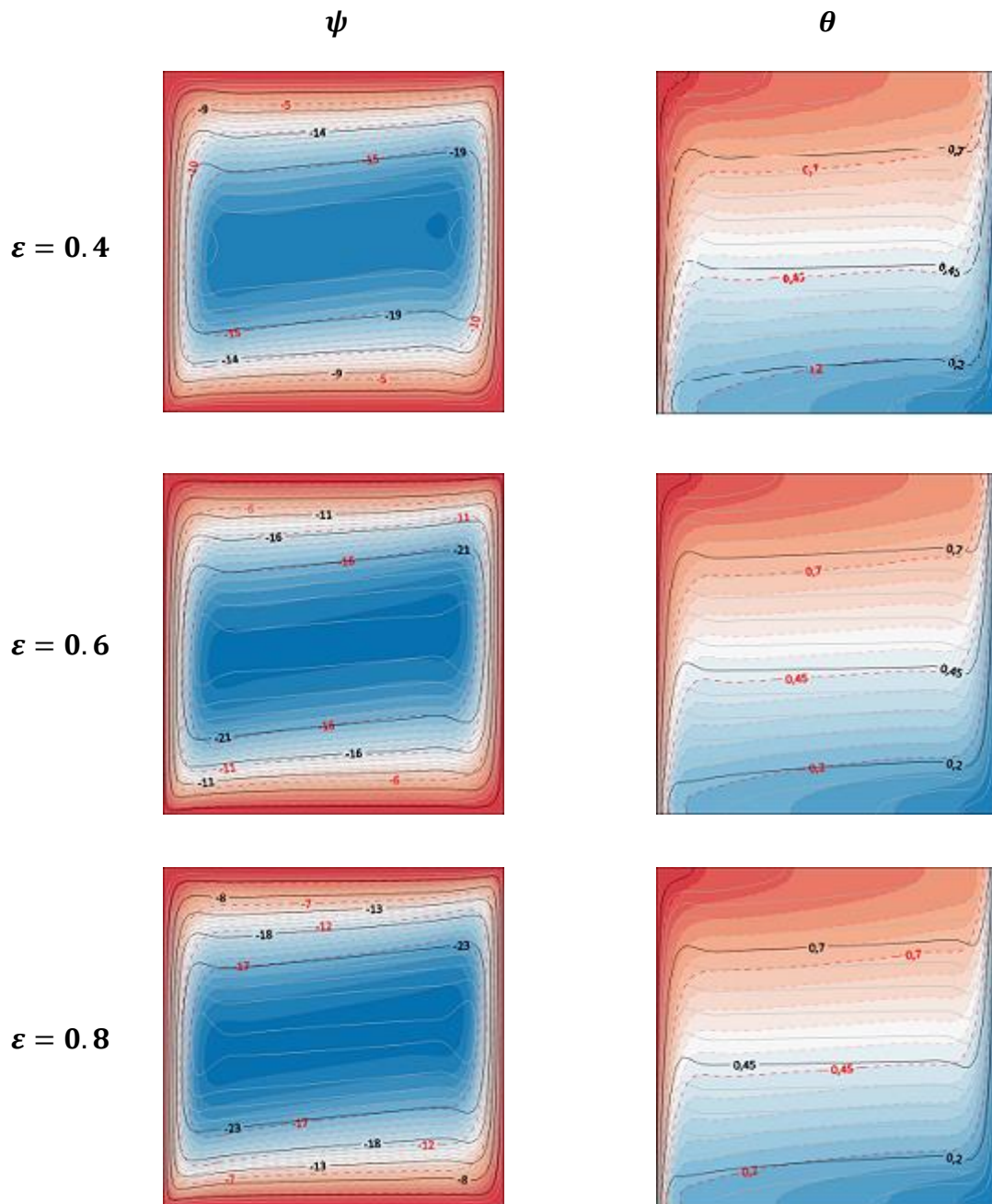


Figure (IV.5) : Fonctions de courant et isothermes pour $Ra = 10^7$, $Da = 10^{-3}$ et pour différentes valeurs de la porosité.

Fluide pur $\varphi = 0$ (ligne continue) et nanofluide $\varphi = 0.09$ (ligne discontinue)

IV.3.4 Effet de la fraction volumique :

L'ajout des nanoparticules solides s'accompagne par deux effets opposés : un effet positif déterminé par la présence de nanoparticules à haute conductivité thermique et un effet indésirable favorisé par le niveau élevé de la viscosité dû à l'existence de nanoparticules.

Dans le cas d'un fluide pur, la fonction de courant ψ_{max} est supérieur à ψ_{max} de nanofluide pour $Ra = 10^4$. Par conséquent, l'écoulement en présence des nanoparticules est moins intensifié. Ce résultat peut s'expliquer par l'effet de la viscosité dominant malgré l'augmentation de conductivité effective. Ceci est remarqué sur les isothermes où on constate un redressement des lignes.

Dans toutes les figure (IV.6), (IV.7) et (IV.8), les courbes accroissent jusqu'à une valeur maximale à $\varphi = 0.01$ est puis diminuent à partir de cette valeur jusqu'à une valeur minimale à $\varphi = 0.09$. On peut voir que la fraction volumique des nanoparticules augmente avec une concentration faible de 0 à 1% ce qui n'influe pas sur la viscosité du nanofluide. Pour $\varphi = 0.09$, l'effet de la viscosité domine l'effet de la conductivité.

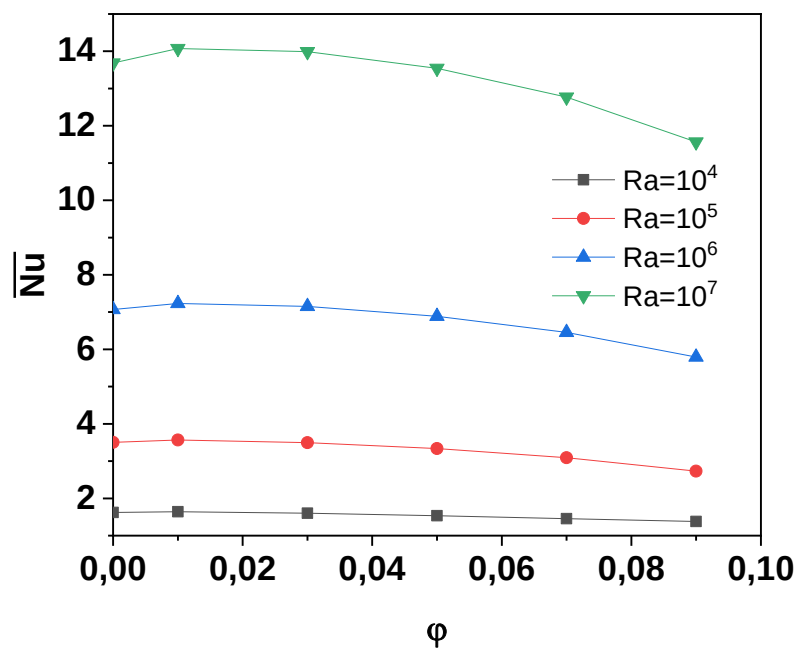


Figure (IV.6) : Variation du nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu}$ en fonction de la fraction volumique φ pour $Da = 10^{-1}$, $\varepsilon = 0.4$ et pour différents nombres de Rayleigh Ra .

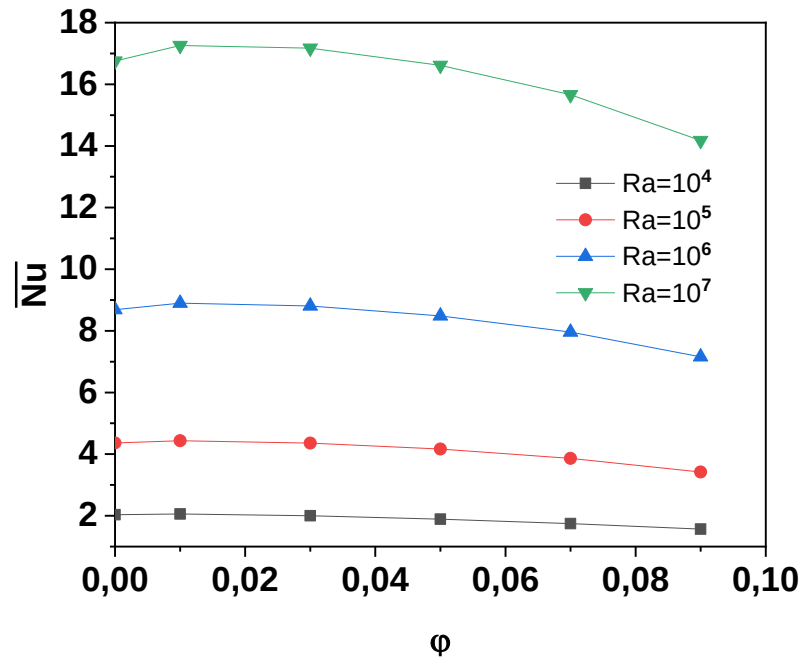


Figure (IV.7) : Variation du nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu}$ en fonction de la fraction volumique ϕ pour $Da = 10^{-1}$, $\varepsilon = 0.8$ et pour différents nombres de Rayleigh Ra .

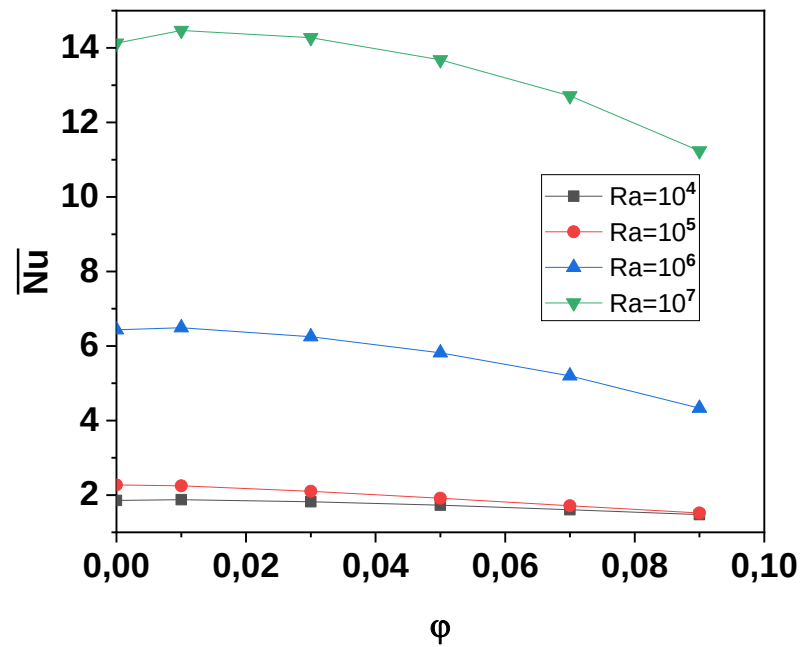


Figure (IV.8) : Variation du nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu}$ en fonction de la fraction volumique ϕ pour $Da = 10^3$, $\varepsilon=0.6$ et pour différents nombres de Rayleigh Ra .

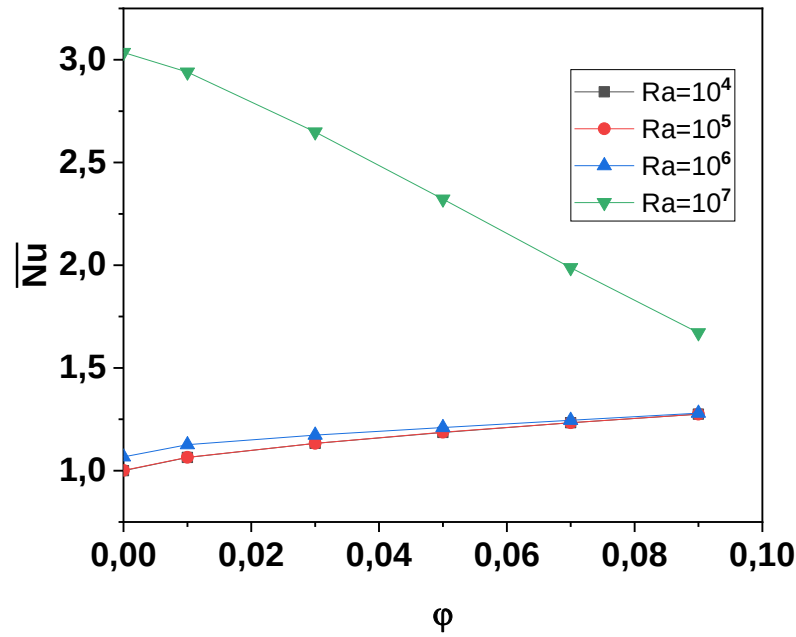


Figure (IV.9) : Variation du nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu}$ en fonction de la fraction volumique ϕ pour $Da = 10^{-1}$, $\varepsilon = 0.6$ et pour différents nombre de Rayleigh Ra .

	$Ra = 10^4$		$Ra = 10^5$		$Ra = 10^6$		$Ra = 10^7$	
ϕ	0	0.09	0	0.09	0	0.09	0	0.09
ψ_{max}	0.5723	1.273	3.5562	1.5467	10.6375	7.1768	23.1956	19.0823
U_{max}	2.0425	3.9896	13.4831	5.5953	47.2842	29.4498	122.201	93.7054
V_{max}	2.0719	4.0540	18.4829	6.0375	102.420	46.9123	391.970	224.330

Tableau (IV.4) : Effet de la fraction volumique ϕ sur les caractéristiques de l'écoulement pour différents nombre de Rayleigh Ra et pour $Da = 10^{-3}$ et $\varepsilon = 0.4$

Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons mené une étude numérique de la convection naturelle dans une cavité carrée poreuse 2D avec un nanofluide. Afin de s'assurer de la fiabilité des résultats obtenus des simulations, notre code de calcul est validé avec données numériques trouvées dans la littérature.

Notre problème physique est modélisé en utilisant la formulation de Darcy-Brinkman-Forchheimer.

Le système d'équations adimensionnelles est résolu numériquement avec un programme de calcul en langage Fortran s'appuyant sur la méthode des volumes finis. Le couplage vitesse - pression est assuré par l'algorithme SIMPLER.

Les effets des paramètres contrôlant l'écoulement à savoir les nombres de Rayleigh et de Darcy, la porosité et la fraction volumique des nanoparticules sont déterminés et discutés et les principaux résultats se résument comme suit :

- L'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne une amélioration du transfert de chaleur.
- L'intensité de l'écoulement augmente avec le nombre de Darcy.
- Le nombre de Nusselt est augmenté principalement avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.
- L'effet de la porosité est insignifiant dans la gamme de cette étude.
- L'effet de la fraction volumique améliore le transfert de chaleur dans les écoulements où le régime est dominé par la conduction.
- L'effet de la fraction volumique détériore le transfert de chaleur dans les écoulements où le régime d'écoulement est dominé par la convection.

Références

- [1] KUMAR, BV Rathish. A study of free convection induced by a vertical wavy surface with heat flux in a porous enclosure. *Numerical Heat Transfer: Part A: Applications*, 2000, vol. 37, no 5, p. 493-510.
- [2] SHENOY, Aroon, SHEREMET, Mikhail, et POP, Ioan. *Convective flow and heat transfer from wavy surfaces: viscous fluids, porous media, and nanofluids*. CRC press, 2016.
- [3] DAS, Pritam Kumar. A review based on the effect and mechanism of thermal conductivity of normal nanofluids and hybrid nanofluids. *Journal of Molecular Liquids*, 2017, vol. 240, p. 420-446.
- [4] DEY, Debashis et SAHU, Dibyansu Sekhar. Experimental study in a natural convection cavity using nanofluids. *Materials Today: Proceedings*, 2021, vol. 41, p. 403-412.
- [5] IZADI, Mohsen. Effects of porous material on transient natural convection heat transfer of nano-fluids inside a triangular chamber. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 2020, vol. 28, no 5, p. 1203-1213.
- [6] HADIDI, Nouredine, REBHI, Redha, BENNACER, Rachid, *et al.* Thermosolutal natural convection across an inclined square enclosure partially filled with a porous medium. *Results in Physics*, 2021, vol. 21, p. 103821.
- [7] KHANAFER, Khalil et VAFAI, Kambiz. Effect of a circular cylinder and flexible wall on natural convective heat transfer characteristics in a cavity filled with a porous medium. *Applied Thermal Engineering*, 2020, vol. 181, p. 115989.
- [8] MORIA, Hazim. Natural convection in an L-shape cavity equipped with heating blocks and porous layers. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2021, vol. 126, p. 105375.
- [9] BARMAN, Prabir et RAO, P. S. Effect of aspect ratio on natural convection in a wavy porous cavity submitted to a partial heat source. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2021, vol. 126, p. 105453.
- [10] GERIDONMEZ, B. Pekmen et OZTOP, Hakan F. Natural convection in a cavity filled with porous medium under the effect of a partial magnetic field. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2019, vol. 161, p. 105077.

- [11] ALSABERY, Ammar I., ISMAEL, Muneer A., CHAMKHA, Ali J., *et al.* Effect of nonhomogeneous nanofluid model on transient natural convection in a non-Darcy porous cavity containing an inner solid body. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2020, vol. 110, p. 104442.
- [12] AL-ZAMILY, Ali Meerali Jasim. Analysis of natural convection and entropy generation in a cavity filled with multi-layers of porous medium and nanofluid with a heat generation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2017, vol. 106, p. 1218-1231.
- [13] ANEJA, Madhu, CHANDRA, Avinash, et SHARMA, Sapna. Natural convection in a partially heated porous cavity to Casson fluid. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2020, vol. 114, p. 104555.
- [14] AL-SRAYYIH, Basil Mahdi, GAO, Shian, et HUSSAIN, Salam Hadi. Effects of linearly heated left wall on natural convection within a superposed cavity filled with composite nanofluid-porous layers. *Advanced Powder Technology*, 2019, vol. 30, no 1, p. 55-72.
- [15] KHAN, Z. H., HAMID, Muhammad, KHAN, W. A., *et al.* Thermal non-equilibrium natural convection in a trapezoidal porous cavity with heated cylindrical obstacles. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2021, vol. 126, p. 105460.
- [16] KOULAL, Nacer. *Simulation numérique des échanges thermiques par convection forcée dans un canal plan, rempli d'un milieu poreux*. 2011. Thèse de doctorat. Université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou.
- [17] CORCIONE, Massimo, HABIB, Emanuele, et QUINTINO, Alessandro. A two-phase numerical study of buoyancy-driven convection of alumina–water nanofluids in differentially-heated horizontal annuli. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2013, vol. 65, p. 327-338.
- [18] PATANKAR, S. V. *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere, New York, 1980.
- [19] NGUYEN, Minh Tuan, ALY, Abdelraheem M., et LEE, Sang-Wook. Natural convection in a non-Darcy porous cavity filled with Cu–water nanofluid using the characteristic-based split procedure in finite-element method. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 2015, vol. 67, no 2, p. 224-247.